الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
جامعة زيان عاشور الجـــــلفة
Université Ziane Achour DJELFA

كليـــــــة العلوم الاقتصادية و التجارية و علوم التسيير
المجلس العلمي للكلية

الرقم: 002 / م.ع.ك/ك.ع.إ.ع.ت.ع.ت/2021 الجلفة في: 2021/11/13

مستخرج محضر اجتماع المجلس العلمي في دورته العادية رقم 2021/03

تبعا لاجتماع المجلس العلمي العادية لكلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير، المنعقد **يوم الثامن والعشرون من شهر أكتوبر، عام ألفين وواحد وعشرون**، عرض الملف التالي:

1. **عرض الملف:**

قدم الأستاذ المذكور بالجدول أدناه مطبوعة بيداغوجية مرفقة بتقارير ايجابية ، حيث بها تقريرين ايجابيين لخبير من داخل الكلية والخبير الثاني من خارج الجامعة، والجدول أدناه يوضح ذلك:

الرقم	الاسم واللقب	الرتبة	عنوان المطبوعة
01	د. مخلوف عزالدين	أستاذ محاضر – أ-	محاضرات وتطبيقات في مقياس الطرق الكمية المطبقة في ادارة الأعمال موجهة لطلبة ماستر، شعبة: علوم التسيير، تخصص:تسيير الموارد البشرية

2. **الرأي والتوصية**

صادق المجلس العلمي على المطبوعة البيداغوجية للأستاذ المذكور بالجدول أعلاه.

المجلس العلمي للكلية

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
جامعة زيان عاشور بالجلفة
رئيس المجلس العلمي
إمضاء الدكتور: حديدي آدم

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة زيان عاشور بالجلفة

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

اللجنة العلمية لقسم علوم التسيير

الرقم:02/ ل ع ق ع ت / 2021.

مستخرج محضر اجتماع اللجنة العلمية للقسم

بناء على **محضر اجتماع اللجنة العلمية لقسم علوم التسيير**، في دورته السادسة (الاستثنائية) المنعقدة يوم **الثامن من شهر جوان سنة ألفين وعشرين**، تم:

1. عرض الملف:

عرض مطبوعة الأستاذ: **د.مخلوف عز الدين**، أستاذ محاضر أ، بعنوان:"**محاضرات وتطبيقات في مقياس الطرق الكمية المُطبّقة في إدارة الأعمال**"، موجهة لطلبة السنة الماستر في شعبة علوم التسيير، تخصص إدارة الموارد البشرية.

2. الرأي والإقتراح:

بعد التأكّد من توفّر الشروط (موافقة محتوى المطبوعة لمحاور المقياس، خبرتين: داخلية وخارجية)، تمّت **الموافقة على طلب الأستاذ والمصادقة على المطبوعة.**

حرر بالجلفة في: 2021/06/08

رئيس اللجنة العلمية

رئيس اللجنة العلمية لقسم علوم التسيير

جامعة الجلفة

اللجنة العلمية لقسم علوم التسيير

كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير

إمضاء: أ.د.بولرباح عسالي

جامعة زيان عاشور بالجلفة
كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

المكتبـــة
رقـــم : 84

اشهاد ايداع مطبوعة

الاســـم واللقب : **مخلوف عزالدين**

عنوان المذكـــرة : **محاضرات وتطبيقات في مقياس الطرق الكمية المطبقة في إدارة الأعمال**

قســـم: **علوم التسيير**

التخصص: **ماستر علوم التسيير**

نسخة بتاريخ: 10/11/2021

الموسم الجامعي : 2020 / 2021

مسؤول المكتبة

مكتبة الكلية
مسؤول مكتبة كلية العلوم الإقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
إمضاء: ضبع مقدم

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
جامعة زيـــان عاشور الجلفـــة
كليـة العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير
قسم علوم التسيير

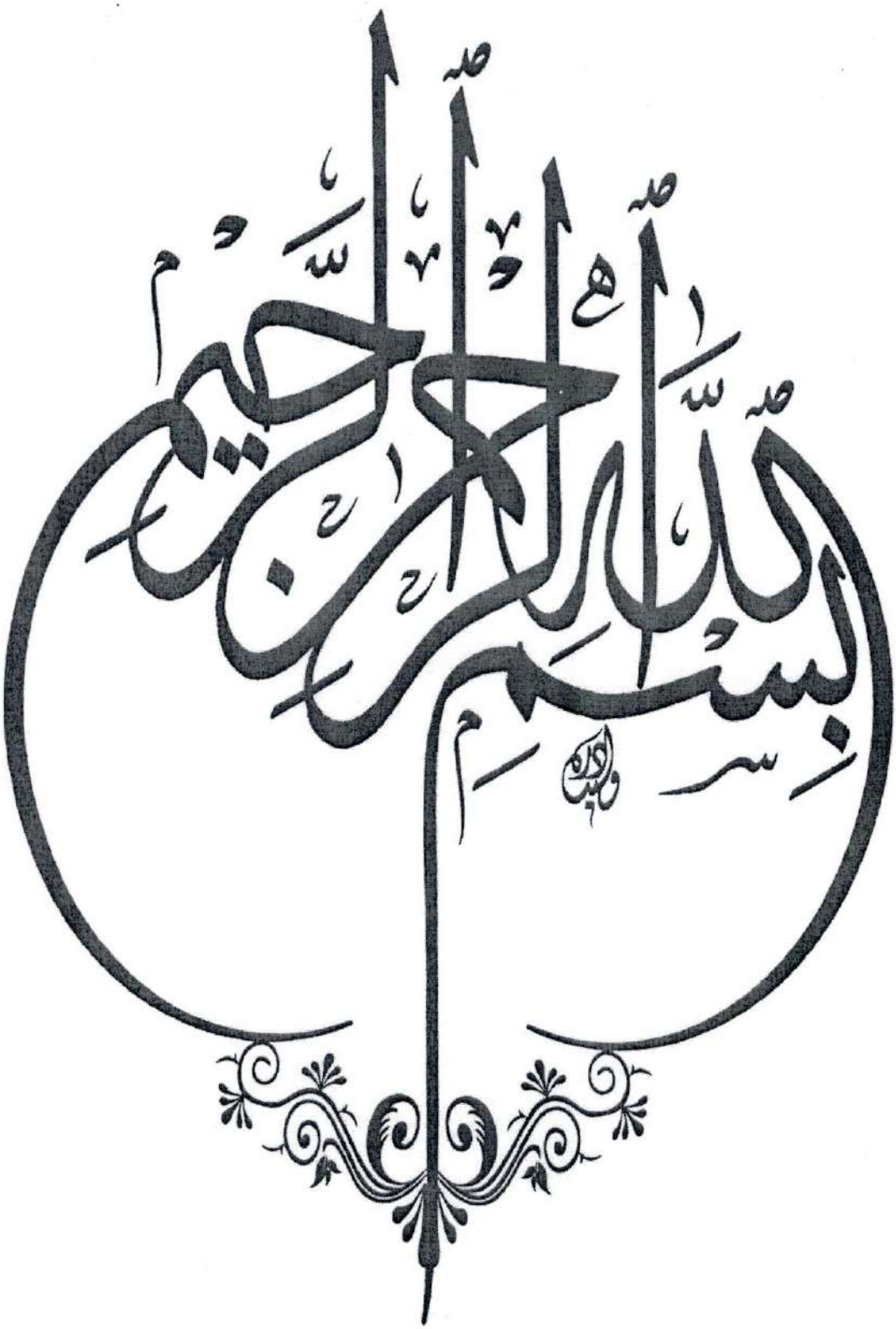
مطبوعة موجهة لطلبة ماستر علوم التسيير
تسيير موارد بشرية

العنوان:

محاضرات و تطبيقات في مقياس الطرق الكمية المُطبقة في إدارة الأعمال

من إعـداد:
د.مخلوف عز الدين- أستاذ محاضر أ

السنة الجامعية: **2021/2020**


بسم الله الرحمن الرحيم

فهرس المحتويات

جامعة زيان عاشور بالجلفة
مجلس العلمي
للكلية
كلية العلوم الاقتصادية، التجارية و علوم التسيير

الموضوع	رقم الصفحة
فهرس المحتويات	I
قائمة الجداول	IV
قائمة الاشكال	V
المقدمـــة	أ
الفصل الأول: مبادئ و مفاهيم في الطرق الكمية و اتخاذ القرار	6
تمهيد	7
1 صياغة مفاهيم و مقاربات للطرق الكمية	8
2 الطرق الكمية ونظرية اتخاذ القرار	12
الفصل الثاني: مقدمة في البرمجة الخـــطية	15
تمهيد	16
1 مدخل الى النماذج الرياضية	18
2 البرمجة الخطية	22
3 النموذج العام للبرمجة الخطية	24
4 طرق إيجاد الحل الأمثل لنماذج البرمجة الخطية لأقل من متغيرين	27
الطريقة البيانية	28
أمثلة محلولة بالطريقة البيانية	28
الحالات الخاصة في البرمجة الخطية	29
حالة تعدد الحلول	29
2.3.4. حالة عدم وجود حلول.	29
3.3.4.حالة عدم محدودية الحل	30
4.3.4. حالة القيود الزائدة	30
5. طرق إيجاد الحل الأمثل لنماذج البرمجة الخطية لأكثر من متغيرين	34
1.5. إيجاد الحل الأمثل بطريقة السيمبلكس	34
2.5. أمثلة مقترحة بطريقة السيمبلكس.	39
1.3.5. طريقةBIGM	42

2.3.5. طريقة المرحلتين	45
4.5.أمثلة مقترحة	48
الفصل الثالث: النموذج المقابل و تحليل الحساسية	50
1. تمهيد	51
2. النموذج المقابل	51
3. أمثلة مقترحة	59
4. تحليل الحساسية	60
5. أمثلة مقترحة	65
الفصل الرابع: نماذج النقل	66
تمهيد	67
1 شروط النقل	67
2. الشكل العام لمشاكل النقل	68
3. طرق إيجاد الحل الأساسي	69
4. التأكد من أمثلية الحل	74
الفصل الخامس: تطبيقات لنماذج النقل و التخصيص	76
تمهيـــــــد	77
نموذج النقل	74
التخصيص	88
الفصل السادس: أساليب التحليل الشبكي	97
تمهيـــــــد	98
اولا: الشبكات	99
1 مفهوم الشبكات	99
2 المفاهيم الاساسية للمخططات الشبكية	101
3 تصميم شبكات الاعمال	109
4 اهمية استخدام المخططات الشبكية	112
5المشاكل المصاحبة للمخططات الشبكية	113
6 مراحل تنفيذ المشروع على أساس شبكات الأعمال	114
ثانيا: اساليب التحليل الشبكي	116
اسلوب جانت	116
بناء مخطط جانت	118
مميزات وقصور مخطط جانت	120
اسلوب المسار الحرج	121
التطور التاريخي للمسار الحرج	121
تعريف اسلوب المسار الحرج	122
الية عمل المسار الحرج	123
ازمنة المسار الحرج	124
تحديد المسار الحرج	129
قائمة المراجع	132

المجلس العلمي
كلية العلوم الاقتصادية والتجارية وعلوم التسيير
جامعة الجلفة

المقدمـــــــة

المقدمـــــــة:

لقد شهدت الطرق الكمية تطورا واسعا منذ بداية النصف الثاني من القرن الماضي و امتدت تطبيقاتها لتشمل القطاع الصناعي و الخدمي على حد سواء، حيث أصبحت عملية اتخاذ القرار تشكل المحور الرئيس لكافة نشاط المؤسسات ، بعد أن اتسع حجمها و تعقدت أنشطتها و عملياتها مما أضاف عبئا آخر عليها في ظل العولمة، أدى ذلك إلى ضرورة استخدام تقنيات و مداخل علمية لترشيد عملية اتخاذ القرار لكي تستطيع استخدام مواردها المادية و البشرية بكفاءة و فاعلية. و أصبحت بذلك محور اهتمام الباحثين عبر العالم و متخذي القرار و حتى السياسيين و أصبح استخدام الأساليب الكمية مرتبطا بمستقبل المؤسسة و استمرارها.

تلعب المؤسسات الاقتصادية دورا حيويا في عملية التنمية الاقتصادية ة الاجتماعية، إلا أنها اليوم تواجه عديد التحديات و التحولات و التعقيدات بسبب التطورات التقنية الحاصلة في مجال الإعلام و الاتصال و المنافسة الكاسحة. و من هنا فقد ظهرت الحاجة الملحة لاستخدام الطرق الكمية في الإدارة نتيجة لضخامة المشروعات و المؤسسات الحديثة، حيث أصبحت المشكلات الإدارية على درجة عالية من التعقيد، و ضارت الطرق التقليدية التي تعتمد على الخبرة الذاتية لمتخذ القرار و القائمة على مبدأ المحاولة و الخطأ غير فعالة من ناحية أخرى فإن عملية اتخاذ القرار تمل أكبر مسؤولية تواجه متخذي القرار كونها تنتشر في جميع المستويات الإدارية و يقوم بها كل إداري.

و في هذا الإطار فإن هناك أساليب عديدة لاتخاذ القرار منها النوعية و التي تعتمد على التقدير و الخبرة، و الكمية التي تناولتها المطبوعة الحالية. و من اجل تبيان دور و أهمية الأساليب الكمية حاولت من خلال المطبوعة الحالية التطرق إلى أساسيات الطرق الكمية بداية و بتقييم المشاريع و الأساليب الكمية المستخدمة من طر ف المؤسسات في سبيل ترشيد عملية اتخاذ القار بالاستعانة بالنماذج الرياضية.

لقد جاء هذا المجهود المضني ليساهم في تزويد طلبة الماستر في علوم التسيير ببعض أساسيات الطرق الكمية، و قد شملت عديد المواضيع المهمة ذات الصلة بمسار التكوين في الطور الثاني و هي مقدمة لما سيليها من مواضيع في إصدار آخر-إن شاء الله-

الفصل الأول:

مبادئ و مفاهيم في الطرق الكمية و اتخاذ القرار

تمهيد:

تسمح الطرق الكمية بالاستفادة من النظرية الاقتصادية وأساليب التحليل الاقتصادي متمثلاً في أدوات اتخاذ القرار وذلك لاتخاذ القرارات الإدارية المتعلقة بالمشكلات المتعلقة بالتسويق و السعر والإنتاج، و التي تواجه المؤسسة من خلال الظروف المحيطة بها والتي تمس في جوهرها كيفية تحقيق التخصيص الكفؤ (الأمثل) للموارد المحدودة على الاستخدامات البديلة والمتنافسة، وهذا الهدف الأخير يمس في جوهره أساس علم الاقتصاد والمشكلة الاقتصادية، حيث يتم التعبير عن المدخل الكمي بالأرقام و المعادلات الرياضية التي تسمى بالنموذج الرياضي(Mathematical Model)[1].

[1]. سهيلة عبد الله سعيد، الجديد في الأساليب الكمية و بحوث العمليات، دار الحامد للنشر و التوزيع، عمان،2007 ،ص15،

1.صياغة مفاهيم و مقاربات للطرق الكمية:

نظرا للأهمية و للإقبال الشديد على استخدام الأساليب الكمية، في عديد المجالات و التخصصات ، خاصة الاقتصادية منها باعتبارها وسيلة مساعدة على اتخاذ القرار بطرق علمية حديثة، و هنا يمكن اعتبار الطرق الكمية علم يتعلق بالتخصيص الكفؤ للموارد المتاحة و كذا قابليها لقياس مفهوم الكفاءة و الندرة في نماذج رياضية تطبيقية و اشتقاق طرق حسابية لحل تلك النماذج.

ويرى أصحاب المذهب الكمي في التسيير أن المدخل الرياضي يمثل الحل الأمثل لمشكلات المدير، وأن النماذج الرياضية هي التي يمكن أن تساعده على إدراك وفهم الظواهر المحيطة به وبشكل أفضل. لكي يتمكن المدير من بناء النموذج المناسب من بين النماذج المتنوعة التي سنتناولها لاحقاً فإنه لابد له في البداية من تحديد المشكلة محل القرار تحديد واضحاً ثم يختار النموذج الملائم للموقف .وقد يحتاج متخذ القرار في هذه الخطوة إلى مساعدة فنية خارجية من جانب شخص متخصص في الطرق الكمية مثلاً ليقوم بتصميم نماذج مبسطة يسهل إدراكها والتي يمكن تطويرها حسب صعوبة المشكلة المطروحة.

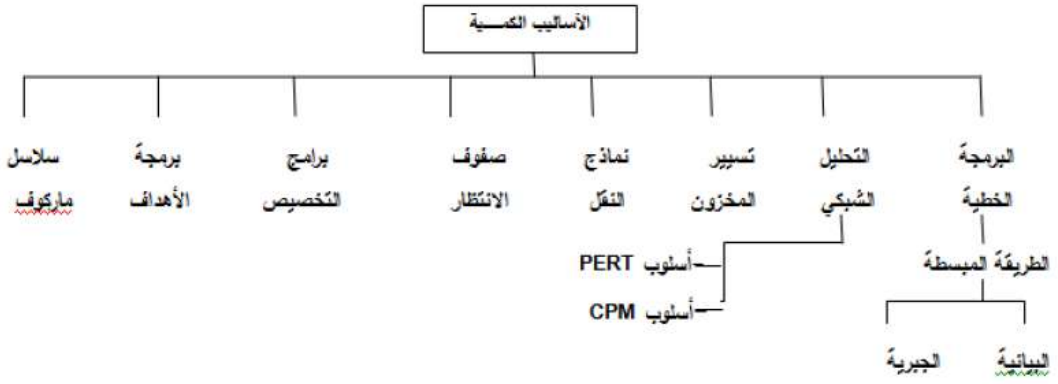
ولكي تصبح عملية الاختيار كاملة يتعين على متخذ القرار اختبار النموذج المختار لوضعه موضع التطبيق، وذلك عن طريق:

أ -مرا جعة شاملة للنموذج ومدى صحة فروضه.

ب -مطابقة النموذج على عدد البيانات(المدخلات)المعطاة.

ج -إجراء المقارنات المستمرة بتين مخرجات النموذج والواقع الفعلي للمشكلة وعرض نتائج المقارنات لتحديد مدى صلاحية النموذج.و يعد من أهم النتائج المتوقعة في العلوم الإدارية زيادة القدرة الإنتاجية للمصنع أو المؤسسة، و دراسات أثر تغيرات الموارد و الأرباح على أمثلية الحل، و تمتد تلك النتائج لتشمل مجالات التسويق و النقل و التخصيص، بالإضافة جدوى و آجال انجاز المشاريع .كما تجدر الإشارة هنا إلى أن الطرق الكمية تتقاطع في نقاط عدة مع بحوث العمليات، و لذلك فلا عجب في أن تستلهم الطرق الكمية موضوعاتها من محتوى بحوث العمليات و امتداداتها العلمية و التاريخية .و المخطط التالي يمثل تلك الأساليب المتضمنة في الطرق الكمية.

الشكل رقم (01): الطرق الكمية المستخدمة في اتخاذ القرار



المصدر: سهيلة عبد الله سعيد، الجديد في الأساليب الكمية و بحوث العمليات،ط 01 ،دار الحامد، الأردن، 2007 ،ص17

2. النماذج الكمية و اتخاذ القرار:

تعتمد الطرق الكمية على النماذج، و النموذج في الواقع هو صورة مصغرة للنظام و تهدف التي توضيح أحد مظاهر الحقيقة التي يعمل بها هذا النظام . فالنموذج الاقتصاديEconomic Model فهو عبارة عن مجموعة من العلاقات الاقتصادية التي توضع عادة بصيغ رياضية تسمى المعادلة(أو مجموعة من المعادلات) التي تشرح سلوكية أو ميكانيكية هذه العلاقات التي تبين عمل اقتصاد أو قطاع معين .وهناك أنواع عديدة من النماذج تختلف باختلاف طبيعة التقسيم، نوردها وفق تقسيمات مختلفة على النحو التالي:

1.2.النماذج الكمية و تقسيماتها الرئيسية:

1.1.2. تقسيم أو تصنيف رئيسي للنماذج:

أ -نماذج معياريةNormative Models:

وهي تلك النماذج التي تهدف إلى وصف ما يجب أن يكون كنماذج البرمجة الخطية أو نماذج التفاضلDerivative

ب -نماذج وصفيةDescriptive Models:

وهتي النماذج التي تهدف إلى وصف الحقائق والعلاقات القائمة . فعلاً كالمحاكاة، ونماذج خطوط الانتظارQueuing Models

2.1.2.تقسيم النماذج على أساس درجة التجريد:

أ -نماذج طبيعيةPhysical Models:وهتي تلك النماذج التي تهتم بوصف الحوادث أو الظواهر عند لحظة معينة، حيث تصور الحقائق في شكل نماذج صغيرة .ويمكن أن تعتبر الصور الفوتوغرافية نماذج طبيعية.

ب–نماذج هندسية Diagrammatic Models: يقصد بها النماذج التي تصف خصائص الحدث محل الدراسة ممثلة مواقف حركية معينة على هيئة رسوم توضيحية. والنماذج الهندسية قد تكون نماذج تناظرية Analogy كمنحنى الطلب، أو نماذج ذات أبعاد كالخرائط التنظيمية مثلاً.

ج–نماذج التخطيط Schematic Models: وهي عبارة عن تلك النماذج التي تتمثل في تدفقات العمليات عند مراحل معينة خلال الانتهاء من تصنيع منتج معين، كعمليات التخزين أو التأجير وخلافه.

د– نماذج مماثلة Analogue Models: نماذج المماثلة أو نماذج التناظر هي نوع من النماذج الهندسية والتي تمثل نظام معين باستخدام بعض خصائص النظام الإجمالي، كالخريطة مثلاً، حيث تمثل نموذج مناظر توضح عليه المدن أو الطرق أو التضاريس.

هـ – نماذج رياضية Mathematical Models: هي نماذج على درجة عالية من التجريد توضع بصورة رياضية لشرح سلوك معين أو لتمثيل علاقة معينة بين متغيرات محددة مستخدمة الرموز الجبرية (لذا تعرف بالنماذج الرمزية). والنماذج الرياضية تصنف بدورها وفقاً للغرض منها إلى:–

- نماذج وصفية Descriptive تصف علاقات معينة.
- نماذج توضيحية Explanatory توضح سلوك العلاقات المكونة لها.
- نماذج تنبؤية Predictive تتنبأ بسلوك العلاقات تحت شروط معينة.

3.1.2. تقسيم النماذج على أساس درجة التأكد :

أ– نماذج محددة Deterministic Models: النماذج المحددة و اليقينية هي تلك النماذج التي تفرض شرط التأكد الكلي والمعرفة الكاملة بطرق الإنتاج و الأسعار،حيث يرتبط فيها بكل سلوك نتيجة محددة مثل نماذج البرمجة الخطية و اللاخطية وشبكات الأعمال.

ب– نماذج احتمالية Probabilistic Models: هي التي لا يكون فيها التنبؤ بدرجة مؤكدة، وتتضمن قدراً من عدم الثقة وعدم التأكد، حيث يرتبط بكل سلوك عدد من النتائج قابلة الحدوث باحتمالات معينة. وبذلك يمكن استخدامها في تحليل المشكلات التي يكون فيها للقدرة على التنبؤ دوراً واضحاً، كنماذج المحاكاة والتنبؤ.

4.1.2. تقسيم النماذج على أساس الشكل أو الهيكل :

أ– نماذج التوطين Allocation Models: يقصد بها النماذج التي تتناول مشاكل الاستخدام (التخصيص) الأمثل للموارد، كتشغيل السفن على الخطوط الملاحية مثلاً باستخدام معيار القرار Decision Criterion، كتعظيم الإيرادات أو خفض تكاليف التشغيل.

ب– نماذج الإحلال Replacement Models: النماذج التي تعنى بمشاكل إحلال وحدات أكثر اقتصاداً و أوفر تكلفة محل الوحدات الحالية وتحديد التوقيت الأمثل للإحلال.

ج– نماذج المخزون Inventory Models: النماذج الخاصة باستخراج الكمية الاقتصادية للطلب والحجم الأمثل للطلب، في سبيل تخفيض تكاليف الطلب أو تكاليف التخزين.

5.1.2. تقسيم النماذج على أساس إمكانية القياس :

أ- نماذج كمية Quantitative Models: هي تلك النماذج ذات المتغيرات و العلاقات القابلة للقياس الكمي من وزن و طول و مساحة ..الخ.

ب- نماذج نوعية (غير كمية) Qualitative Models: وهي النماذج التي لا يمكن قياسها كمياً إنما توصيفها أو ترتيبها، كالجنس، اللون، الديانة، درجة التعليم وغير ذلك.

6.1.2. تقسيم النماذج على أساس الشكل الرياضي للعلاقة :

أ- نماذج خطية Linear Models: النماذج التي تتخذ معادلاتها الهيكلية الصورة الخطية، حيث تكون معادلاتها من الدرجة الأولى، ويعبر عنها بيانياً على شكل خط مستقيم.

ب- نماذج لا خطية Non-Linear Models: النماذج التي تكون كل متغيرات معادلاتها أو بعضها ذات أساساً أعلى من الدرجة الأولى، كأن تكون معادلاتها من الدرجة الثانية أو الثالثة، كالمعادلات الأسية والمعادلات اللوغاريتمية.

7.1.2. تقسيم النماذج على أساس دور الزمن :

أ- النماذج الساكنة Static Models: هي تلك النماذج التي تكون كافة المتغيرات الداخلة في تركيب معادلاتها بدون فترة تخلف زمني Lag Variable، بمعنى أنها نماذج لا تأخذ عنصر الزمن في الاعتبار كمتغير، مثل نماذج البرمجة الخطية.

ب- النماذج الساكنة المقارنة Comparative Static Models: و هي تلك النماذج التي يتم بواسطتها مقارنة وضعين أو أكثر من الأوضاع أو الحالات الساكنة، أي هي التي تقارن حالة معينة في فترة زمنية معينة بأخرى في فترة زمنية أخرى.

ج- النماذج الحركية Dynamic Models: هي تلك النماذج التي يظهر فيها الزمن بوضوح كمتغير في تركيب معادلاتها و بقيمتها في وقت معين أو خلال فترة زمنية معينة، وهي بذلك تمثل الوضع الأكثر واقعية.

8.1.2. تقسيم النماذج على أساس طريقة الحل :

أ- النماذج التحليلية Analytical Models: هي تلك النماذج التي تستخدم لحل مشاكل الأمثلية، وهي نماذج تستخدم حل عام في شكل تجريدي، محددة الحل في شكل رموز، أو نماذج تستخدم طريقة عامة لحل مشاكل محددة.

ب- نماذج المحاكاة Simulation Models: يقصد بها تلك النماذج التي تستخدم لمحاكاة أو مضاهاة المشكلة المعنية بمشكلة حقيقية قائمة مثل مشاكل المخزون أو الإنشاءات أو المشاكل المتعلقة باتخاذ قرار معين كقرار إمداد المصنع الحالي بآلات جديدة. هذا في حالة ما إذا كان من الصعب حل المشكلة بالطريقة التحليلية.

9.1.2. تقسيم النماذج على أساس مدى مشاركة الاقتصاد في التجارة الدولية :

أ- نماذج مغلقة Closed Models: و يقصد بها النماذج التي تشتمل على عدد من المعادلات الممثلة للقطاعات الاقتصادية المختلفة بدون أن يظهر فيها قطاع التجارة الخارجية من صادرات وواردات.

ب- نماذج مفتوحة Opened Models: يقصد بها النماذج التي يظهر من خلالها قطاع التجارة الخارجية في المعادلات الممثلة للاقتصاد القومي.

2. رياضيات المؤسسة و نظرية اتخاذ القرار:

تعتبر الأساليب الكمية (Quantitative Methods)، و من ضمنها رياضيات المؤسسة واحدة من أهم الوسائل الفعالة في ترشيد القرارات الفعالة من الناحية الاقتصادية، و ذلك من ناحية الوقت و الموارد و تحقيق الحل الأمثل و الأفضل للمشكلات التي تواجه عالم الأعمال اليوم، حيث أن هذه المشكلات آخذة بالتزايد و التعقيد بشكل لم يعد بالإمكان الاعتماد على الطرق التقليدية السابقة وحدها التي تقوم على الخبرة و التقدير و الأحكام الذاتية و الحدس و البديهة و غيرها من القدرات الذاتية الخاصة، فبعض المديرون مثلاً يميلون إلى حل الكثير من المشكلات بدون مراجعة علمية متأنية أو استخدام للأساليب الكمية-رياضيات المؤسسة- أو الطرق العلمية لأنهم يميلون إلى القرارات السريعة (Quick Decision) التي تستند على خبراتهم الذاتية و تقديراتهم الشخصية دون إعطاء الفرصة أو الوقت الكافي لأنفسهم لاعتماد الأساليب الكمية التي تتطلب الجهد و الوقت الضروريين في تحديد المشكلة و جمع البيانات و تحليلها و معالجتها من أجل التوصل إلى الحل الأمثل، لهذه الأسباب نجد أن هربرت سايمون(H.Simon) يقترح مفهوم العقلانية المقيدة (The Bounded Rationality) لوصف القرارات الإدارية في المؤسسات، و ذلك لأن المديرون لا تتوفر لهم البيانات الكافية و بسبب تعارض الأهداف (بما فيها الأهداف الذاتية)، لهذا فإنهم يبحثون عن القرارات المُرضية (Satisfactory Decision) بدلاً من القرارات المُثلى(Optimal Decision).

إن الكثير من الدراسات و المسوح التي تناولت استخدام أساليب رياضيات المؤسسة كشفت عن نقص واضح في معرفة صانعي القرار لهذه الأساليب الكمية مما يشكل عقبة رئيسية في فهمها و الالتزام باستخدامها. و مع ذلك فإن الاهتمام بالأساليب الكمية يتزايد بشكل مستمر مما يبين أهمية و كفاءة هذه الأساليب في الدراسة و التحليل للمشكلات في التوصل إلى الحلول الكفوءة لها، خاصة و أن تطور الحواسيب و البرمجيات(TORA, QM for Windows,Win QSB,Quick Quant2000,...) و التي تعتمد على هذه الأساليب أدى إلى سهولة استخدامها لإيجاد أفضل الحلول لأعقد المشكلات في المؤسسات المختلفة.لهذا يمكن القول أن النجاح في استخدام رياضيات المؤسسة كأحد الأساليب الكمية بقدر ما يعتمد على الاختيار على

النموذج الملائم للمشكلة المدروسة فإنه يعتمد على التسهيلات(Facilities) التي تقدما البرمجيات سالفة الذكر في التعامل مع كمية كبيرة من البيانات و سرعة معالجتها و التوصل إلى أفضل الحلول الممكنة (The Best Possible Solutions) مساعدة بذلك متخذ القرار بالتحليل و الخروج بقرارات حاسمة.

إن بنية القرارات بشكل عام تسمح لنا بالتمييز أو التفرقة بين اتخاذ القرار تحت شرط التأكد حيث لا يترك أي عنصر للصدفة، و اتخاذ القرار في حالة عدم التأكد حيث يتأثر القرار بعامل عشوائي أو أكثر يؤثر على نتيجة القرار[1]

حيث أن قيام المدراء باتخاذ القرارات المتعلقة بعملهم والمؤسسات التي يديرونها هي من قِبل الأعمال اليومية المتكررة التي يقومون بها وتعد من عمليات التفكير الإنساني الطبيعي، ولكن قرارات الإدارة في الواقع لها أهميتها الخاصة حيث تعتبر المحركات الحقيقية لأداء المؤسسة، وهي نقطة الانطلاق نحو انجاز الأهداف المرجوة والمحددة لمدى نجاح المؤسسة أو فشلها في تحقيق هذه الأهداف. و تتضمن عملية صنع القرار تصوراً فكرياً ومنطقياً مبنياً على أسس عملية تتلخص في التالي:

1- تشخيص البدائل المتاحة أمام الإدارة بشأن المشكلة محل البحث.
2- تحديد النتائج المتوقعة المرادفة لكل بديل.
3- تحديد احتمالات وقوع كل نتيجة.
4- صياغة المعايير الرئيسية لعملية اختيار البدائل.
5- اختبار البديل الذي يحقق المعايير المتفق عليها من قبل الإدارة والذي يحقق هدف القرار.

ورغم كون الخطوات السابقة هي خطوات أساسية في عملية صنع القرار الإداري إلا أن ظروف البيئة المحيطة هي التي تحدد أي من الخطوات أساسية، فالقرار الذي يُتخذ ضمن توافر تام للمعلومات الخاصة بالمتغيرات المتعلقة بنشاطات المؤسسة (حالة التأكد). ولكن يجدر بنا أن نشير إلى أن الواقع المعاصر والمعقد في متغيراته واتجاهاته على الرغم من الثورة المعلوماتية الهائلة وتطور أساليب تحليل المعلومات والتنبؤ بالاتجاهات المستقبلية يصعب معه سيادة بيئة التأكد. فعملية اتخاذ القرار في المدى القصير تميل إلى بيئة التأكد بينما لا تكون كذلك في المدى الطويل، وقد عبر مارشال في كتابه "اقتصاديات الأعمال" عن المجال البيئي لقرارات المنشأة في قوله:"اللا تأكد فقط هو المؤكد" Only Uncertainly is Certain.

[1] LAWRENCE L.lapin,WILLIAM D.whisler, Quantitative Decision Making With Spreadsheet Applications,Thomson Learning, 7 ed,USA,p122.

إلـى أنـه و بسـبب التطـور الكبيـر فـي اسـتخدام الأسـاليب الكميـة، و منهـا رياضـيات المؤسسـة و تطبيقاتهـا المختلفة فإنها تتميز في الوقت الحاضر بالقدرة الكبيرة على تقديم الحلول المثلى في أغلب حالات اتخاذ القرار، و تعد نظرية اتخاذ القرار (Decision Thoery) المدخل الكمي لصنع القرار حيث يمكن من خلالها معالجة نطاق واسع من القرارات الملائمة التي تتوفر بها العناصر الأساسية التالية[1]:

أ- مجموعة الظروف المستقبلية التي تؤثر على نتائج القرار.

ب-مجموعة البدائل التي يتم الاختيار من بينها.

ت-النتائج المعروفة و المحددة لكل بديل في كل ظرف من الظروف المستقبلية.

إن تحديد هذه العناصر الأساسية في الحالات المختلفة يمثل الأساس في صياغة مشكلات القرار الأمثل أو الأفضل على أساس المعيار الذي يحدده صانع القرار.

[1] نجم عبود نجم،مدخل إلى الأساليب الكمية مع التطبيقات باستخدام Microsoft Excel، مؤسسة الوراق للنشر و التوزيع، الأردن، ط01، ص 85.

الفصل الثاني:

مقــدمة في البرمجة الخطية

تمهيد:

إنه لمن الضروري هنا أن أقدم الفكرة الجوهرية الكامنة ضمن هذا الموضوع، فالحاجات الإنسانية لتحقيق المنفعة من الدوافع الرئيسية المقترنة بفكرة الندرة (Scarcity) و الموارد(Resources).

وهاتان الحقيقتان هما أساس المشكلة الاقتصادية، ولولاهما لما كانت دراسة علم الاقتصاد ذات أهمية كبرى، بل لما كانت هناك جدوى من دراسة علم الاقتصاد. أما عن المشكلة الاقتصادية فنتناول شقيها الحاجات و الموارد فيما يلي:

أ- الحاجات الإنسانية:

إن الحاجات الإنسانية Human Needs تتمثل في شعور بالحرمان مصحوب برغبة Desire معينة لدى الفرد في الحصول على وسائل الإشباع المختلفة لإزالة هذا الحرمان، وعندما تتضح هذه الحاجة تصبح رغبة. وعليه فإنه للتفرقة بين الحاجة والرغبة، يمكن القول بأن الإنسان يحتاج من وجهة النظر البيولوجية إلى نوع معين من التغذية لتمد جسمه بوحدات من السعرات الحرارية، كما يحتاج من وجهة النظر الصحية إلى سكن صحي مريح، ومن وجهة النظر الأدبية يحتاج إلى قدر من التعليم والتثقيف. وكل هذه الحاجات وغيرها لا تتحدد بمعايير موضوعية، وقد لا تتمشى في طبيعتها مع الرغبات التي يشعر بها الإنسان. لذلك فإن كلمة رغبة تستخدم للتعبير عن الشعور بالنقص في إشباع معين لدى الإنسان يفضي به إلى نوع من السلوك الموجه لتحقيق هذا الإشباع.

والحاجات الإنسانية إما فطرية يولد بها الإنسان ويحتاجها تلقائياً، كالحاجة إلى الغذاء والمأوى والملبس. وإما مكتسبة تتطور وتختلف مع نمو الإنسان وتغير ظروفه، كالحاجة إلى مختلف السلع الكمالية والخدمات. ويقوم الفرد باستهلاك تلك السلع والخدمات التي تشبع لديه رغبة أو حاجة معينة والتي تحقق له منفعة اقتصادية. ويقصد بالمنفعة Utility من الناحية الاقتصادية "تلك القوة الكامنة في السلعة والخدمة والتي تشبع رغبة إنسانية معينة".

ب-الموارد

يتضح لنا أن هناك حاجة إنسانية تتحول إلى رغبة تتطلب الإشباع، وهناك وسائل كفيلة بإشباع الرغبات. هذه الوسائل هي الموارد الاقتصادية Economic Resources والمتمثلة في الموارد الطبيعية والبشرية والرأسمالية التي تستخدم في إنتاج السلع Goods والخدماتServices. وتتميز الموارد بأنها نادرة

بالنسبة لكثرة الحاجات، ومعيار الندرة هو وجود ثمن لتلك الموارد، وعليه تسمى موارد اقتصادية تمييزاً لها عن الموارد الحرة Free Resources التي لا ثمن لها والتي توجد في الطبيعة بكميات كبيرة، ولا يبذل الإنسان جهد للحصول عليها، كالشمس والهواء ومياه البحر. ويفضل الاقتصاديون تقسيم الموارد حسب دورها في العملية الإنتاجية، ويطلق عليها عناصر الإنتاج وهي: الأرض أو الطبيعة، العمل، رأس المال، والتنظيم.

إن الموارد الاقتصادية في المجتمع من موارد طبيعية وبشرية ورأسمالية هي مصدر عناصر الإنتاج أو عوامل الإنتاج التي تستخدم في إنتاج السلع والخدمات اللازمة لإشباع الحاجات الإنسانية، وهذا الإنتاج من السلع والخدمات يندرج تحت قسمين:

1- الإنتاج المادي أو الملموس الذي نطلق عليه عموماً "السلع"، كالمواد الغذائية والملابس والأدوات.. إلخ.
2- الإنتاج غير المادي أو غير الملموس ، ويعرف بـ"الخدمات"، كالتعليم والصحة وخلافه.

وكلا من الإنتاج المادي وغير المادي يسهم في إشباع الحاجات الإنسانية، هذا مع الإشارة إلى أن كل شيء له القدرة على الإشباع يمكن أن يطلق عليه في العرف الاقتصادي "سلعة" بغض النظر عن نوعها. ويمكن تقسيم السلع التي تشبع الحاجات الإنسانية إلى عدة تقسيمات، كتقسيمها إلى سلع ضرورية وأخرى كمالية، أو سلع عادية وسلع دنيا، سلع استهلاكية وسلع إنتاجية، سلع بديلة وسلع مكملة وما إلى ذلك. وبالعودة إلى المشكلة الاقتصادية، نقول بأنه إذا كانت الحاجات الإنسانية متعددة وغير محدودة في حين أن الموارد المتاحة لإشباع هذه الحاجات محدودة مقارنة بالحاجة إليها، فإن المشكلة الاقتصادية تكون مشكلة "ندرة"Scarcity و مشكلة "اختيار" Choice.

ج.المشكلة الاقتصادية مشكلة ندرة و مشكلة اختيار:

يقصد بالندرة هنا الندرة النسبية Proportional وليست الندرة المطلقة Absolute فالموارد متوفرة و ليست نادرة الوجود، ولكن نظراً لزيادة الحاجات فإن هذه الموارد تصبح نادرة بالنسبة للحاجة إليها، كما وأن تزايد الحاجات و تعددها مع محدودية الموارد يضع حدوداً أمام ما يمكن للفرد الحصول عليه من سلع و خدمات مما يجعل عملية الاختيار أمراً لا مفر منه. و ربما يلاحظ الفرد أنه يتعرض لمشكلة الاختيار أكثر من مرة، بل و باستمرار و في مختلف نواحي حياته اليومية. هل يختار دخول الجامعة أم يعمل بشهادته الثانوية ؟ وإن أراد العمل، فهل يختار القطاع الخاص أم القطاع العام؟ وإذا التحق بالجامعة، فأي كلية يختار منها؟ هل هي كلية الاقتصاد و الإدارة أم العلوم أم غيرها؟. وعندما يستيقظ ماذا يرتدي؟ و ماذا يأكل؟ و كيف يذهب إلى الجامعة ؟ و متى؟ ... اختيارات وبدائل كثيرة. فإذا واجهت الفرد مشكلة الاختيار، وتمكن من اختيار أحد البدائل المتاحة، فقد اتخذ قراراً اقتصادياً.

وعلى ذلك نقول بأن حل المشكلة الاقتصادية يستوجب على المجتمع أن يقوم بعملية اختيار، ويقرر أمرين:-

الأمر الأول: اختيار الحاجات التي سيتم إشباعها باستخدام الموارد المتاحة.

الأمر الثاني: الاختيار بين الاستخدامات العديدة للموارد والاستغلال الأمثل لها، وتحقيق الكفاءة من استخدامها بحيث تستخدم في إنتاج أكبر قدر ممكن من السلع والخدمات وبأقل تكلفة ممكنة لإشباع أكبر قدر من الحاجات.

ويتبين من ذلك أن التساؤلات الأساسية المتعارف عليها في عالم الاقتصاد، و التي تواجه أي مجتمع كان: 1.ماذا ننتج ؟2. كيف ننتج ؟3. لمن ننتج ؟

1.مدخل إلى النماذج الرياضية:

النموذج الاقتصادي هو عبارة عن إطار نظري لا يشترط أن يكون نموذجاً رياضياً، ولكن إذا حدث وكان رياضياً فإنه عندها يعطي ترجمة للعلاقات النظرية بين عدد من المتغيرات في صورة علاقات رياضية، وبذلك يتكون النموذج من معادلات تصف هيكل النموذج وتربط المتغيرات بعضها ببعض. ويتمثل بناء النموذج Model Building أو ما يعرف بتوصيف النموذج Specification في كيفية التعبير عن النظرية الاقتصادية أو العلاقات الاقتصادية في صورة مجموعة من المعادلات أو المتباينات.

تختلف النماذج الاقتصادية والتي يمكن لمتخذ القرار الاعتماد عليها وفقاً لطبيعة بناء و توصيف النموذج إلى نماذج رياضية Mathematical Models و نماذج قياسيةEconometric Models، وما يعنينا هنا هي التعرف على النماذج الاقتصادية الرياضية والقياسية وكيفية توصيفها، وتحديد نوع النموذج الذي سنقوم ببنائه هل هو ديناميكي أم ستاتيكي، محدد أم غير محدد. فكما نعلم أن النماذج التي تستخدم في الشركات ولاتخاذ قراراتها الإدارية، إما أن تكون نماذج برمجة رياضية، نماذج محاكاة، أو نماذج مدخلات/مخرجات. وعليه تكون هذه النماذج إما نماذج أمثلية، نماذج استكشافية، أو نماذج وصفية على التوالي. ونتناول الكيفية التي يتم بها بناء النموذج الرياضي على النحو التالي:

أ. صياغة المشكلة :

يقصد بصياغة المشكلة Problem Formulation التعريف بالمشكلة محل الدراسة والتي يراد وضع نموذج لحلها، وتحديدها تحديداً واضحاً دقيقاً وموجزاً في الوقت نفسه. ومن المفيد في هذا الصدد صياغة المشكلة على هيئة سؤال يجعل المشكلة تبدو أكثر وضوحاً، حيث أن صيغة الاستفهام تقتضي وجود إجابة

واضحة و محددة بالضرورة، وتكون الإجابة هنا هي الهدف من الدراسة. ويجدر بنا أن نقول بأنه عند تحديد مشكلة البحث يتعين مراعاة ما يلي:

1- مراعاة الدقة والعناية في تحديد المشكلة باستبعاد العوامل التي لا تتناولها الدراسة ولا يحتويها النموذج.

2- تعريف المصطلحات و المفاهيم المستخدمة في صياغة المشكلة بدقة ووضوح والابتعاد عن العبارات الغامضة والغير واضحة.

3- صياغة المشكلة على هيئة سؤال يتطلب إجابة واضحة محددة.

الشكل رقم(02): مراحل اتخاذ القرار

المصدر: من إعداد الباحث

ب- صياغة الأهداف :

إن تحديد المشكلة يقود إلى تحديد مماثل للأهداف، ويتطلب الأمر هنا إيجاد المعيار الذي سيتم على أساسه اختيار أفضل بديل من البدائل العديدة المتاحة. هذا التحديد للبدائل يدخل ضمن ما يعرف بنظرية القرار

Decision Theory ويتم على أساسه حل المشكلة محل الدراسة. والأهداف التي يضعها أي مشروع ويصبو لتحقيقها لا تخرج عن نوعين أساسيين من الأهداف هما:-

1- أهداف منضبطة: ويقصد بها الأهداف التي يتم توجيهها لحفظ موارد لها قيمة معينة (كالطاقة، الوقت، الحجم و النقد). وهذه الأهداف تعد كمدخلات Inputs للنموذج.

2- أهداف مكتسبة: والتي يقصد بها مخرجات القرار Outputs.

وتكون مشكلة تحديد الهدف أو اختيار المعيار الذي يستخدم هنا من أهم المشاكل التي تواجه متخذي القرار. فقد يكون المعيار هو تحقيق أقصى ربح في الأجل القصير أو تعظيم الأرباح في الأجل الطويل، أو تعظيم الإيرادات، أو غيرها من المعايير التي قد يهدف إليها التنظيم. ويعرف تحديد الهدف وصياغته ببناء دالة الهدف Building the Objective Function في نموذج البرمجة الخطية.

ج- جمع البيانات :

تتمثل الخطوة الثالثة من خطوات بناء النموذج الرياضي في جمع البيانات اللازمة للنموذج، والتي تختلف باختلاف طبيعة المشكلة المطروحة. فالبيانات اللازمة لدراسة الطلب على سلعة ما غير تلك اللازمة لتحليل أنماط الاستهلاك أو تسويق سلعة معينة أو غير ذلك، فالبيانات تختلف من مشكلة لأخرى. هذا ويتعين بعد تحديد نوعية البيانات المناسبة للمشكلة محل الدراسة تحديد مصادر البيانات. أي هل يمكن الحصول على البيانات المطلوبة من المصادر الثانوية؟ وهي تلك التي تقوم بنشرها الهيئات والأجهزة الإحصائية أو الحكومية، أم هل سيقوم الباحث بالحصول على البيانات بمجهوده الخاص؟ أي بما يعرف بالمصادر الأولية أو الميدانية، هذا في حالة تعذر حصوله على البيانات اللازمة من المصادر الثانوية لأي سبب من الأسباب. وعند الاعتماد على المصادر الميدانية يلزم تحديد الطريقة التي ستتبع في الحصول عليها، هل هي طريقة الحصر الشامل Complete Enumeration ؟ أم طريقة العينات Samples ؟. وتتضمن عملية جمع البيانات إضافة إلى كل ما سبق، عملية فهرسة البيانات وترتيبها بالكيفية التي تخدم المشكلة وتسهل تطبيقها على المتغيرات الخاصة بالنموذج.

د- تحديد المتغيرات و الثوابت والمعلمات :

يهتم القائمون ببناء النماذج الاقتصادية بتحديد نوع المتغيرات التي يحتويها النموذج. والمتغير هو الظاهرة الاقتصادية المراد قياسها والتي تأخذ قيماً مختلفة (متغيرة)، وعليه يعرف المتغير بأنه عبارة عن "الشيء الذي يمكن أن تتغير قيمته أي أنه يمكن أن يأخذ قيماً مختلفة "، ولذلك فإنه يتم تمثيله برموز بدلاً من عدد محدد. تنقسم المتغيرات بصفة عامة إلى متغيرات داخلية Endogenous ومتغيرات خارجية Exogenous. المتغيرات الداخلية هي تلك التي تعمل داخل النطاق الاقتصادي، فتتحدد قيمتها داخل النموذج من خلال معرفة قيم المعاملات و قيم المتغيرات الخارجية. وتعرف المتغيرات الداخلية بالمتغيرات التابعة Dependent Variables

لكونها تتبع وتتأثر بالمتغيرات الخارجية. أما المتغيرات الخارجية فهي المتغيرات التي تعمل خارج النطاق الاقتصادي فتتحدد قيمتها من قبل قوى خارجة عن النموذج. وتعرف المتغيرات الخارجية بالمتغيرات المستقلةIndependent Variables، فهي تؤثر في المتغيرات الاقتصادية الداخلية ولا تتأثر بها. وإضافة إلى هذين النوعين من المتغيرات، هناك متغيرات أخرى تخضع لتقسيمات مختلفة. فهناك مثلاً متغيرات أساسية ومتغيرات غير أساسية، متغيرات عاطلة ومتغيرات إضافية، وغير ذلك.

وبالإضافة إلى تحديد المتغيرات يتم تحديد الثوابت، والتي يقصد بها الكميات الثابتة التي لا تتغير قيمتها، فالثابت هو المقابل العكسي للمتغير. وهذا الثابت إذا لم نعط له قيمة محددة، فيمكنه اتخاذ أي قيمة عددية وعندها يصبح معلمة Parameter، لذا يقال عن المعلمة بأنها الثابت المتغير. وفي نماذج البرمجة الخطية تفرض المتغيرات قيوداً Constraints معينة على الحل. وعليه فإنه بعد تحديد المتغيرات يتم وضع القيود اللازمة وعرضها بشكل معادلات قابلة للحل.

هـ- بناء النموذج :

يتم في هذه المرحلة صياغة المشكلة محل الدراسة في قالب رياضي من خلال بناء الدالة وتحديد الشكل الرياضي للنموذج، بحيث يقرر الباحث ما إذا كانت المشكلة يمكن تفسيرها بنموذج مكون من علاقة واحدة أو عدد من العلاقات التي تتفاعل سويا لتكونين الظاهرة. وفي هذه المرحلة توضع دالة الهدف والقيود المفروضة عليها في حالات البرمجة الخطية، أو تصاغ العلاقة الدالية وتوضع لها افتراضات محددة عن معلمات النموذج في حالة الدراسات القياسية.

و- تحديد أسلوب الحل :

في هذه المرحلة يتم اختيار الأسلوب والخوارزم الملائم لحل النموذج الرياضي، حيث أن لكل مشكلة البرنامج الرياضي المناسب لحلها. ففي البرمجة الخطية يشترط أن تكون دالة الهدف خطية. و يكون الحل الأمثل في هذه الحالة هو أفضل قيمة يجب أن تأخذها دالة الهدف في ظل القيود المفروضة عليها، بحيث تأخذ دالة الهدف و كذلك القيود المفروضة صيغة العلاقة الخطية أي معادلات أو متراجحات من الدرجة الأولى، و إلا يكون اللجوء إلى البرمجة اللاخطية.

هناك أيضاً البرمجة الصحيحة وهي برمجة خطية مع ضرورة أن تكون متغيراتها أعداداً صحيحة، بمعنى عدم قابلية المتغيرات أو المخرجات للتجزئة و في الحالات التي لا تعطي فيها الكسور معنى عملي. أما عندما تتعرض متغيرات المشكلة لتغيرات من فترة زمنية لأخرى أي عندما يكون الزمن أحد المتغيرات الداخلة في النموذج فإن البرمجة الديناميكية تمثل الأسلوب الأنسب لحل المشكلة. وعند استخدام الأسلوب القياسي يتم اختيار الأسلوب الأنسب للقياس و الذي يتوقف على طبيعة النموذج و العلاقات التي يتكون

منها كذلك الخصائص الإحصائية للتقديرات التي يمكن الحصول عليها من كل أسلوب، والأسلوب الأنسب هو ذلك الذي يعطي عددا كبيرا من الخصائص المرغوب فيها كعدم التحيز Unbaiasedness والاتساق Consistency والكفاءة Efficiency والكفايةSufficiency.

ي- حل المشكلة على الحاسوب :

قبل استخدام الحواسيب أو العقول الإلكترونية، كان من الصعب للغاية حل المشاكل المعقدة والنماذج الرياضية التي تحتوي عدد كبير من المعادلات والمعلمات، ولا شك أن إتمام عمليات كهذه يدوياً يتطلب وقتاً طويلاً وقد يتمخض عنه نتائج غير دقيقة.وكان استخدام الحاسبات الإلكترونية أكبر تطور حدث في تداول البيانات والمعلومات في القرن العشرين، فأدخلت الحاسبات في الوحدات الاقتصادية و الحكومية وتوسع استخدامها في كافة المنظمات والوحدات التجارية بل وفي المدارس والمنازل بمعدل مرتفع للغاية. فكان هذا التطور له أثره الكبير في استخدام الحاسبات كأداة هامة لتجميع البيانات وإجراء الدراسات وحل النماذج الرياضية المختلفة، بسرعة فائقة، وكفاءة عالية في الأداء.

وفي مجال الإدارة والدراسات الاقتصادية، نجد للحاسبات الآلية دوراً بارزاً في تطوير مفهوم إدارة المنشآت وتشغيلها بما يرفع من مستوى إنتاجيتها وأداؤها الاقتصادي، ويدعم مقدرة مستخدميها على اتخاذ القرارات بكفاءة. كما أن هناك العديد من البرامج الجاهزة التي تتاح للمخططين ومتخذي القرار وتمكنهم من التخطيط وحل المشكلات الإدارية واتخاذ القرارات. بل يمكن القول بأن هناك أكثر من المئات من البرامج المختلفة التي تغطي مجالات مختلفة ومتنوعة، ويكون على الباحثون في هذا المجال اختيار ما يناسب كل حالة وكل مشكلة من المشاكل الإدارية التي تواجههم. وفي هذه المرحلة يتم استخدام برامج الحاسب الإلكتروني لحل المشكلة موضوع الدراسة. بحل المشكلة واستخراج البيانات وتحليل النتائج يمكن تكوين خطة للتشغيل أو اتخاذ القرار الأمثل أو التنبؤ وتقدير الطلب أو الارباح أو ما إلى ذلك حسب كل حالة.

2. البرمجة الخطية Linear Programming

1.2.ماهية البرمجة الخطية:

تستخدم بحوث العمليات الأدوات والأساليب العلمية الرياضية و الإحصائية المساندة في عملية اتخاذ القرارات للوصول إلى الحل الملائم بين البدائل المختلفة، حيث تقوم فكرتها الأساسية على البحث عن حل "أمثل" أو "أفضل" بين الحلول البديلة. والبرامج الرياضية هي إحدى أساليب بحوث العمليات، إضافة إلى أسلوب المحاكاة وجداول المدخلات والمخرجات ونماذج صفوف الانتظار..وغيرها. فالبرنامج الرياضي هو مشكلة أمثلية يعطى فيها الهدف والقيود في صورة رياضية وعلاقات. وهي كما ذكرنا تكون برامج خطية أو برامج صحيحة Integer أو ديناميكية Dynamic أو غير ذلك.

وتعتبر البرمجة الخطية إحدى الأساليب أو البرامج الرياضية واسعة الانتشار، والتي تهتم ببناء النماذج الرياضية لحل مشكلات التعظيم أو التدنية المقيدة. يكون ذلك عندما تكون هناك مجموعة من القيود، ودالة هدف يراد تحقيق أمثليتها. فكلمة "برمجة" إنما تعني تخطيط الأنشطة أو استخدام الأساليب الرياضية للوصول إلى أفضل الحلول. أما كلمة "خطية" فتعني أن جميع الدوال في النموذج أو العلاقات تكون خطية.

ووفقاً لذلك نقول بأن البرمجة الخطية هي عبارة عن أداة رياضية و بيانية تهتم بعملية بناء النماذج الرياضية لمشكلة من المشاكل، تهدف إلى تحقيق أقصى أو أدنى قيمة لدالة خطية تعرف بدالة الهدف التي تكون مقيدة بمعادلات أو متراجحات تسمى قيوداً، بحيث تأخذ دالة الهدف و جميع القيود صيغ العلاقة الخطية. و تعد البرمجة الخطية من أكثر الأساليب تطبيقاً في الاقتصاد والإدارة للوصول إلى حلول مثلى لتلك المشكلات المتعلقة بمحدودية الموارد المتضمنة تخطيطاً للأنشطة Activities Planning في سبيل تحقيق نتيجة مثلى. ومن المشكلات التي تستخدم فيها البرمجة الخطية على سبيل المثال لا الحصر، ما يلي:

1- مشكلات تحديد المزيج الإنتاجي الأمثل من السلع.
2- مشكلات الاختيار بين المشروعات الاستثمارية البديلة.
3- مشكلات تخطيط الإنتاج و المخزون.
4- مشكلات سياسات الإعلان المثلى.
5- مشكلات النقل والتوزيع.
6- مشكلات تخطيط القوى العاملة.
7- مشكلات إعداد الموازنات الرأسمالية المثلى.

2.2.شروط استخدام البرمجة الخطية:

1- إمكانية تحديد المشكلة موضوع البرمجة تحديداً رياضياً دقيقاً.
2- محدودية الموارد الاقتصادية الخاضعة للبرمجة (رأسمال، عمل، طاقة إنتاجية).
3- وجود استخدامات بديلة تنافسية للموارد موضوع البرمجة.
4- إمكانية التعبير عن المتغيرات بصورة كمية رقمية.
5- أن تكون العلاقة التي تربط متغيرات الدراسة علاقة خطية.

ولحل البرنامج الخطي العديد من الطرق من أهمها الطريقة البيانية، طريقة السمبلكس، طريقة التخصيص أو التعيين، طريقة كارماركر. وإن كان استعراض هذه الطرق ليس ضمن مجال دراستنا، إنما نعرض مثالاً مبسطاً للبرمجة الخطية في التالي.

3- النموذج العام للبرمجة الخطية:

نعلم في الواقع أن للمؤسسة الاقتصادية أهداف متعددة، خاصة في جو اقتصادي تسوده المنافسة، حيث تكون الأهداف المتعلقة بتعظيم الأرباح و تقليل التكاليف هي الهدف الأساسي من العملية الانتاجية، إضافة إلى تحقيق الجودة، و السرعة في الأداء و انتهاج آليات و استراتيجيات بديلة في حالة المنافسة. و هنا نكون أمام برمجة متعددة الأهداف، و للتبسيط نعتبر الأهداف المتمثلة في تعظيم الأرباح و تقليل التكاليف هي محور صياغة النموذج العام للبرنامج الخطي.

1.3. حالة تعظيم الأرباح:

$$Max\, Z = C_1X_1 + ... + C_jX_J + ... + C_nX_n$$

$$s/c \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \le b_m \end{cases}$$

$$x_j, b_i \ge 0 \ \forall j = \overline{1 \quad n}, \ \forall i = \overline{1 \quad m}$$

حيث:

C_j: أرباح وحدوية

a_{ij}: تمثل المعاملات الفنية،كمية المورد j اللازم لإنتاج وحدة واحدة من المنتج i

b_i: تمثل المورد i

$x_i \ge 0$: يمثل شرط عدم السلبية(no- negativity constrainte)

2.3. حالة تقليل التكاليف:

$$Min W = C_1X_1 + ... + C_jX_J + ... + C_nX_n$$

$$s/c \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \ge b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \ge b_2 \\ \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \ge b_m \end{cases}$$

$$x_j, b_i \ge 0 \ \forall j = \overline{1 \quad n}, \ \forall i = \overline{1 \quad m}$$

حيث:

C_j: تكاليف وحدوية

a_{ij}: تمثل المعاملات الفنية،كمية المورد j اللازم لإنتاج وحدة واحدة من المنتج i

b_i: تمثل المورد i

$x_i \geq 0$: يمثل شرط عدم السلبية(non- negative Condition)

مثال: تقوم إحدى الشركات المتخصصة في إنتاج الأجهزة الكهربائية، باعتماد خطة لإنتاج نوعين من المنتجات(A,B) عن طريق استغلال الطاقة التشغيلية المتاحة لثلاث أنواع من المكائن (M1,M2,M3)

يتطلب المنتج(A) ستة(06) ساعات على M1، و ثلاث(03) ساعات على M2، و ساعتان على M3، أما المنتج (B) فيتطلب أربع(04) ساعات على الماكنة الأولى، و خمسة(05) ساعات على الماكنة الثانية، و ثلاث (03) ساعات على الماكنة الثالثة.علماً أن ساعات العمل التشغيل المتاحة أسبوعياً: ستون(60) ساعة لـ:M1، خمسون(50) ساعة لـ: M2، و سبعون(70) ساعة لـM3. الربح المتوقع للوحدة من A هو 60 دينار، أما B فهو 100 دينار.

المطلوب:- صياغة البرنامج الخطي، بحيث تحقق الشركة أكبر ربح؟

الحل:

يمكن تلخيص بيانات المشكلة في الجدول التالي:

ساعات التشغيل المتاحة	المنتجات		المكائن
	المنتج (B)	المنتج (A)	
60	4	6	M1
50	5	3	M2
70	3	2	M3
	100	60	الربح المتوقع

1.تحديد متغيرات القرار (Decision Variables):

X_1: عدد الوحدات المنتجة من المنتج (A)

X_2: عدد الوحدات المنتجة من المنتج (B)

2. تحديد دالة الهدف (Objective Function):

$$Max\,Z = C_1X_1 + C_2X_2$$
$$\Rightarrow Max\,Z = 60X_1 + 100X_2$$

3. القيود المفروضة على النموذج (The Constraints):

$$s/c\begin{cases} 6X_1 + 4X_2 \le 60 \cdots M1 \\ 3X_1 + 5X_2 \le 50 \cdots M2 \\ 2X_1 + 3X_2 \le 60 \cdots M3 \\ X_1, X_2 \ge 0 \quad non-negative\,condition \end{cases}$$

أمثلة مقترحـــــة:

ت01 : يقوم مصنع بإنتاج نوعين من الأجهزة الكهربائية X2,X1 و كل نوع يمر في إنتاجه على ثلاثة أقسام(C,B,A) بحيث أقصى طاقة تشغيلية مُتاحة–بالساعة– في الأقسام الثلاث:105،70، 126 أسبوعياً على التوالي، فإذا علمت أن الجهاز X1 يتطلب–بالساعة– 07، 09،04 بالأقسام الثلاثة،و الجهاز X2 يتطلب– بالساعة– 05،12،03 بالأقسام الثلاثة. حيث ربح الوحدة المتوقع من الجهاز X2,X1 على الترتيب:2500 دج، 1800دج. و المعطيات في الجدول التالي:

الأقسام	الوقت اللازم الاستخدام/سا		الطاقة المتاحة/سا
	X_1	X_2	
A	7	5	70
B	9	12	105
C	4	3	126

المطلوب:صياغة البرنامج الخطي للمصنع؟

ت02: يقوم احد المختصين بأنظمة الحمية الغذائية بإعداد فطور لمرضى المستشفى، حيث تقتضي مسؤوليته توفير الاحتياجات الأدنى من الفيتامينات A و B ، على أن يُعد الفطور بالتكلفة الأدنى لتجنب التبذير، الجدول الموالي يبين الاحتياجات الدنيا من الفيتامينات، إضافة إلى المواد الغذائية المحتوية عليها و التكاليف الوحدوية.

الاحتياجات اليومية	المواد الغذائية المساهمة بالفيتامينات	الفيتامين

	البيض	اللحم/ملغ	الحبوب/ملغ	الدنيا
A	2	4	1	16
B	3	2	1	12
	8	100	20	التكاليف الوحدوية/د

المطلوب: صياغة البرنامج الخطي ؟

ت03: تمتلك شركة مستودعين للبضائع الجاهزة في منطقتين مختلفتين، حيث تلبي طلبات الزبائن في كل منطقة من المستودع الأقرب للزبون، فإذا كان متوسط تكلفة نقل الوحدة الواحدة من المستودع الأول 10 دنانير، و من المستودع الثاني 5 دنانير، و أن تحميل الوحدة في المستودع الأول يستغرق 1.5 ساعة و في المستودع الثاني ساعة واحدة، و كانت ساعات العمل المتاحة في المستودعين 30 ساعة عمل على الأقل، و علمت أن الشركة تستطيع أن تسير 3 شاحنات يومياً على الأقل: شاحنة واحدة من المستودع الأول و شاحنتين من المستودع الثاني بحمولة 12 وحدة لكل شاحنة، و أن معدل الطلب اليومي للزبائن لا يقل عن 8 وحدات من المخزن الأول، و 6 وحدات من المخزن الثاني.

المطلوب: – صياغة البرنامج الخطي للشركة؟

ت04: تنتج شركة متخصصة في الصناعات الجلدية نوعين من الحقائب، بحيث:

1. سعر البيع المتوقع من كل وحدة من النوع الأول 10 دنانير، و النوع الثاني 08 دنانير.
2. إمكانية الشركة لإنتاج النوعين من حيث الوقت لا يتعدى 1000 حقيبة في اليوم الواحد.
3. تبلغ تكلفة إنتاج الوحدة المتوقعة من النوع الأول 07 دنانير، و النوع الثاني 06 دنانير.

المطلوب: – تحديد البرنامج الإنتاجي للشركة؟

4- طرق إيجاد الحل الأمثل لنماذج البرمجة الخطية لأقل من متغيرين:

تعتبر النماذج التي تحتوي على متغيرين من الحالات الاستثنائية و البسيطة من حيث استخدامها، لأنه في الغالب أن النماذج الخطية تحتوي على عدد كثير من المتغيرات، إضافة إلى مجموعة كبيرة من القيود. لذا فإن استخدامها هنا لغاية التوضيح كيفية حل أبسط أشكال البرامج الخطية. حيث نستعين بالطريقة البيانية (Graphical Method)، التي يمكن القيام بها استعانة بـ:

أ-زوايا منطقة الحلول المقبولة(The Corners of Feasible Solution Zone) :

تعتمد على التمثيل البياني للقيود بتحويل المتراجحات إلى معادلات، و من ثمة تحديد منطقة الحلول المقبولة التي تحقق جميع القيود، بعدها نقوم باستخراج إحداثيات زوايا منطقة الحلول المقبولة و

تعويضها في دالة الهدف و يكون الحل الأمثل(X_1^*, X_2^*) أكبر قيمة لـ z^* في حالة تعظيم الأرباح، و أقل قيمة في حالة تقليل التكاليف.

مثال:

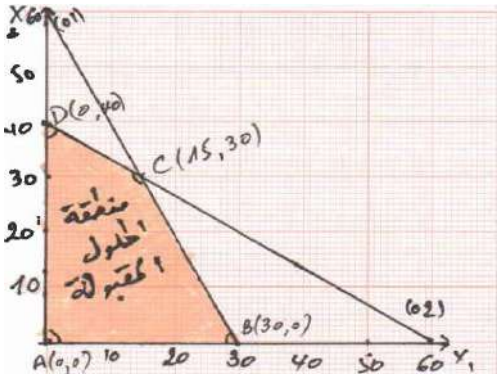
ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$Max\, Z = 30X_1 + 35X_2$$
$$s/c \begin{cases} 6X_1 + 3X_2 \le 180 \\ 4X_1 + 6X_2 \le 240 \\ X_1, X_2 \ge 0 \end{cases}$$

1.تحويل القيود إلى معادلات:

$$\begin{cases} 6X_1 + 3X_2 = 180 \\ 4X_1 + 6X_2 = 240 \\ X_1, X_2 \ge 0 \end{cases}$$

2.التمثيل البياني للمعادلات(تحديد منطقة الحلول المقبولة):



3.قيمة دالة الهدف عند زوايا منطقة الحلول المقبولة :

النقاط الزاوية(x_1،x_2)	قيمة دالة الهدف(Z)
A(0 ,0)	0
B(30,0)	900
C(15,30)	**1500**
D(0,40)	1400

يتبين من خلال الجدول أن القيمة العظمى(المثلى) لدالة الهدف مساوية لـ:1500 وحدة نقدية أي:

$$Z(opt) = 1500\,um, X_1^* = 15, X_2^* = 30$$

ب- خط دالة الهدف للأرباح/التكاليف(iso-profit/cost Line):

تؤدي إلى نفس الحل الأمثل المتوصل إليه باستخدام زوايا منطقة الحل، حيث تعتمد في الأساس على فكرة الإزاحة لخط دالة الهدف، بإعطاء قيمة موجبة لدالة الهدف و من ثمة نقوم بالإزاحة ابتعاداً عن نقطة المبدأ بالنسبة لتعظيم الأرباح، و محاولة الاقتراب منها في حالة تقليل التكاليف، بحيث تمثل النقطة المثلى تماس خط دالة الهدف مع منطقة الحلول المقبولة.

نفضل استخدام هذه التقنية في حالة وجود عدد كبير من تقاطعات القيود، التي تلزمنا بحساب كل النقاط الزاوية بعكس التقنية الحالية التي تسمح بتفادي تلك الحسابات.

أمثلــة مقترحة:

ت**01**: لتكن البرامج الخطية التالية، و التي تمثل برامج إنتاجية:

$$01/\ Max\ Z = 40X_1 + 35X_2 \qquad S/C \begin{cases} 5X_1 + 3X_2 \geq 45 \\ X_1 \leq 8 \\ X_2 \leq 10 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$02/\ MaxZ = 3X_1 + 4X_2 \qquad s/c \begin{cases} 5X_1 + 3X_2 \leq 30 \\ 5X_1 + 11X_2 \leq 55 \\ X_2 \leq 4 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$03/\ MaxZ = 4X_1 + 3X_2 \qquad s/c \begin{cases} X_1 + X_2 \leq 60 \\ 2X_1 + X_2 \geq 40 \\ X_2 \leq 30 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$04/\ Min\ W = X_1 + 2X_2 \qquad S/C \begin{cases} 2X_1 + 3X_2 \geq 18 \\ X_1 \geq 2 \\ X_2 \geq 2 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$05/\ MinW = 2500X_1 + 3000X_2 \qquad s/c \begin{cases} X_1 \geq 30 \\ X_2 \geq 20 \\ X_1 + X_2 \geq 60 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$06/\ MinW = 3X_1 + 2X_2 \qquad s/c \begin{cases} 4X_1 + 6X_2 \geq 12 \\ 8X_1 + 4X_2 \geq 16 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب:-تحديد المزيج الإنتاجي الأمثل–بيانيا–، و الذي يحقق أكبر ربح بالنسبة للنماذج: 01،02،03 ؟

–تحديد المزيج الإنتاجي الأمثل–بيانيا–، و الذي يحقق أقل تكلفة بالنسبة للنماذج: 04،05،06؟

3.4. أمثلة عن الحالات الخاصة في الحل البياني:

1.3.4. حالة تعدد الحلول المثلى(The Multiple Optimale Solution):

في بعض الأحيان نجد أكثر من حل أمثل لمشكلة البرمجة الخطية، حيث يكون أحد قيود النموذج موازي لدالة الهدف، أو منطبقاً عليها، حسب المثال التالي:

مثال:

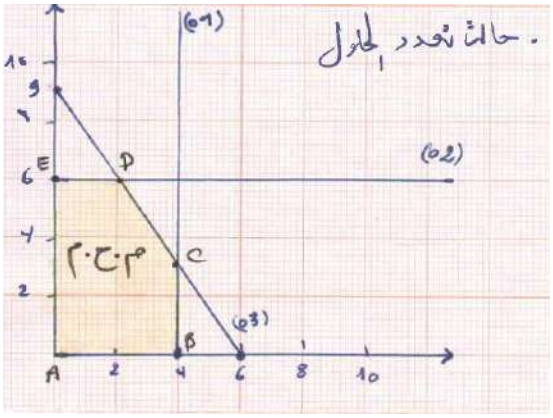
$$Max\ Z = 3X_1 + 2X_2$$

$$S/C \begin{cases} X_1 \le 4 \\ X_2 \le 6 \\ 3X_1 + 2X_2 \le 18 \\ X_1, X_2 \ge 0 \end{cases}$$

حيث نتحصل بعد تحويل المتراجحات إلى معادلات و حلها، على النقاط الزاوية و قيمة دالة الهدف الموافقة لها:

النقاط الزاوية (X_1, X_2)	قيمة دالة الهدف(Z)
A(0،0)	0
B(4،0)	12
C(4،3)	18
D(2،6)	18
E(0،6)	12

من خلال يتضح وجود قيمتين متماثلتين لدالة الهدف عن النقاط C(4،3) و D(2،6)، و يمكن تمثيلها بيانياً كالتالي:



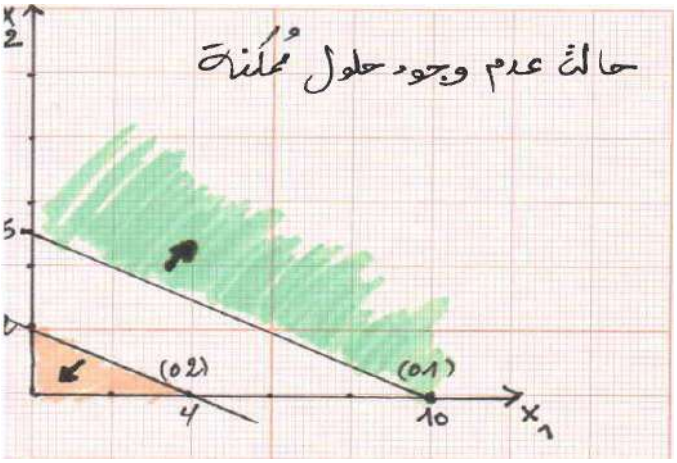
2.3.4. حالة عدم وجود حلول ممكنة(Infeasible Solutions) :

تحدث هذه الحالة عندما تكون قيود البرنامج متعاكسة، حيث لا تشكل منطقة مشتركة بسبب عدم التقاطع

مثال:

$$Max\ Z = 5X_1 + 10X_2$$
$$S/C \begin{cases} 2X_1 + 4X_2 \geq 20 \\ X_1 + 2X_2 \leq 4 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

و يمكن تمثيلها بيانياً حسب الشكل:



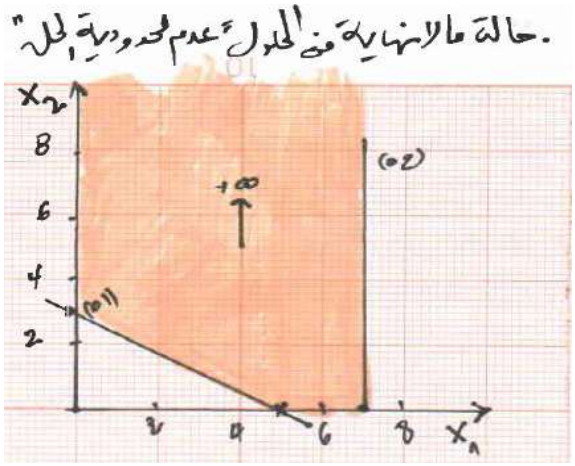
4.3.4.حالة عدم محدودية الحل (Unbounded Solution):

تعد مشكلات البرمجة الخطية غي المحدودة نادرة الحدوث، لأن أغلب المشكلات لها حل أمثل، في الحياة العملية، و المثال التالي يوضح ذلك.

مثال:

$$Max\ Z = X_1 + 2X_2$$
$$S/C \begin{cases} X_1 - 2X_2 \geq 5 \\ X_1 \leq 7 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

و تمثل بيانياً حسب الشكل التالي:



5.3.4.حالة القيد الزائد (The Redundancy Constraint):

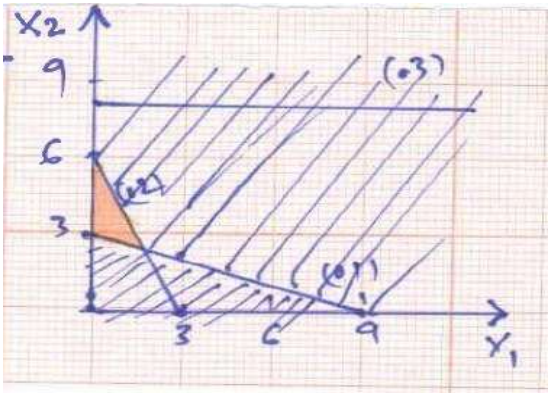
يحدث أحيانا وجود قيد أو أكثر من القيود في نموذج البرمجة الخطية زائد و لا يؤثر على منطقة الحلول المقبولة(FSR) للمشكلة، و لمعالجة هذا النوع من المشكلات ينبغي على متخذ القرار حذف القيود الزائدة.

مثال:

$$Max\ Z = 3X_1 + 6X_2$$

$$S/C \begin{cases} X_1 + 3X_2 \geq 9 \\ 4X_1 + 2X_2 \leq 12 \\ X_2 \geq 8 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

يمكن تمثيل هذه الحالة بيانياً كالتالي:



5.3.4. حالة الحلول المفككة (The Degenerate Solution):

يعد حل مشكلة البرمجة الخطية حلاً مفككاً إذا كانت قيمة أحد المتغيرات الأساسية(Basic Variable) أو أغلبها مساوية للصفر، و إن عدد المتغيرات أو يكون أُقل من عدد القيود.

مثال:

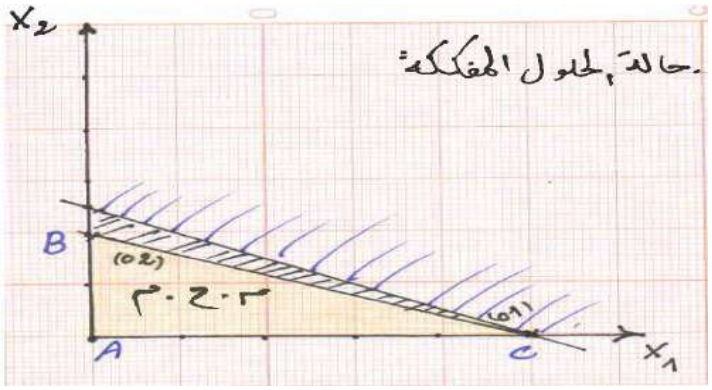
$$Max\ Z = 6X_1 + 8X_2$$

$$S/C \begin{cases} X_1 + 2X_2 \geq 10 \\ 2X_1 + 5X_2 \leq 20 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

حيث نتحصل بعد تحويل القيود إلى معادلات و القيام بحلها، على النقاط الزاوية و قيمة دالة الهدف الموافقة لها:

النقاط الزاوية $(X_1، X_2)$	قيمة دالة الهدف(Z)
A(0،0)	0
B(0،10)	32
C(4،0)	60

من خلال يتضح وجود قيمة مثلى(Max) لدالة الهدف عند النقطة $C^*(X_1=10 ،X_2=0)$ ، و بما أن عدد المتغيرات الأساسية المختلفة عن الصفر هي $X_1=10$، و هي أقل من متغيرات القرار $(X_1،X_2)$ و هدا ما يدل على أن الحل يعد مفككاً. كما يمكننا تمثيل هذه الحالة بيانيا كالتالي:



أمثلة مقترحة: الحالات الخاصة في الطريقة البيانية (Special Cases in Graphical Method)

ليكن لديك البرامج الخطية التالية:

$$01/\ Max\ W = 6X_1 + 4X_2 \qquad S/C \begin{cases} X_1 \leq 4 \\ X_2 \leq 6 \\ \frac{3}{2}X_1 + X_2 \leq 9 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$02/\ MaxZ = 6X_1 + 10X_2 \qquad s/c \begin{cases} 2X_1 \geq 14 \\ \frac{1}{2}X_2 \leq 7.5 \\ 2X_1 + 4X_2 \geq 28 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$03/\ MaxZ = 7X_1 + 10X_2 \qquad s/c \begin{cases} X_1 + X_2 \leq 10 \\ 2X_1 + X_2 \leq 16 \\ X_1 \leq 15 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$04/\ Min\ W = 5X_1 + 10X_2 \qquad S/C \begin{cases} 2X_1 + 4X_2 \geq 20 \\ X_1 + 2X_2 \leq 4 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$05/\ MinW = 3X_1 + 6X_2 \qquad s/c \begin{cases} X_1 + X_2 \geq 4 \\ 4X_1 + 2X_2 \leq 12 \\ X_2 \geq 8 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$06/\ MinW = 2X_1 + 2X_2 \qquad s/c \begin{cases} X_1 + 2X_2 \geq 12 \\ X_1 + 3X_2 \geq 13 \\ X_1 + X_2 = 3 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب: تحديد الحالة المناسبة لكل برنامج خطي؟

5- طرق إيجاد الحل الأمثل لنماذج البرمجة الخطية لأكثر من متغيرين:

في غالب الأحيان تحتوي البرامج الخطية على أكثر من متغيرين، و بالتالي نكون أمام تعقد و استحالة إيجاد الحل الأمثل للبرنامج الخطي، ما يحيلنا إلى الاعتماد على الطرق الجبرية، و ذلك بالاعتماد على الطريقة المبسطة (Simplex Method) التي تسمح بإيجاد الحل الأمثل لعدد كبير من المتغيرات و عدد كبير من القيود. و قبل الانتقال إلى مراحل إيجاد الحل الأمثل، نقوم بتحديد مفهوم الشكل القياسي و الحل الأساسي.

1.5. الشكل القياسي للبرنامج الخطي:

إن تحويل البرنامج الخطي من صيغته العامة إلى الصيغة-الشكل-الموسع يكون بإضافة متغيرات أخرى، إلى دالة الهدف و القيود، تلك المتغيرات تسمح بالحصول على حل أساسي مقبول. فبالنسبة للقيود التي من الشكل($\sum_{n}^{j=1} aij\, X_J \le b_i$) نقوم بإضافة متغيرات المخزون(S_j) (Slack Variables)، و تبين قيمة هذه المتغيرات في أي لحظة مقدار الفائض من الموارد عند تلك النقطة من الحل[01] .

فإذا كانت صيغة البرنامج الخطي كالتالي:

$$Max\, Z = C_1X_1 + \ldots + C_jX_J + \ldots. + C_nX_n$$

$$s/c \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots\ldots + a_{1n}x_n \le b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots\ldots + a_{2n}x_n \le b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots\ldots + a_{mn}x_n \le b_m \end{cases}$$

$$x_j, b_i \ge 0\ \forall j = \overline{1 \quad n}\ ,\ \forall i = \overline{1 \quad m}$$

يمكن صياغة الشكل القياسي له على النحو التالي:

$$Max\, Z = C_1X_1 + \ldots + C_jX_J + \ldots. + C_nX_n + 0S_1 + 0S_2 + \ldots + 0S_m$$

$$s/c \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots\ldots + a_{1n}x_n + S_1 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots\ldots + a_{2n}x_n + S_2 = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad\qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots\ldots + a_{mn}x_n + S_m = b_m \end{cases}$$

$$x_j, S_j \ge 0\ \forall j = \overline{1 \quad n}\ ,\ \forall i = \overline{1 \quad m}$$

[01] محمود الفياض، عيسى قدادة، بحوث العمليات ،دار اليازوري،الأردن،2007، ص111 .

و انطلاقا من الشكل القياسي يمكن استنتاج الحل الأساسي(الوضع الابتدائي للمؤسسة) بحيث:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \quad , \quad Z = 0$$

الجدول الأولي للطريقة المبسطة:

يمثل نقطة الانطلاق(المبدأ) لإيجاد الحل الأمثل، و هو عبارة عن جدول يتضمن الشكل الموسع للبرنامج الخطي، مضافاً إليه سطر(Zj) المتضمن مجموع الأرباح المتأتية من عمود المتغيرات الأساسية و الغير أساسية، و سطر التقييم(Evaluation Line)، ($\Delta_j = C_j - Z_j$)، و هو عبارة عن التغيير في الربح عند إضافة وحدة واحدة من متغيرات مزيج الحل.

الجدول(1): جدول الشكل الموسع للنموذج الخطي في حالة التعظيم

C_J / Basic V		C_1	C_2	C_j	C_n	0	0	0	bi
		X1	X2	…X_J	X_n	S_1	S_2	….. S_m	
0	S_1	a_{11}	a_{12}	a_{1J}	a_{1n}	1	0	0	b_1
0	S_2	a_{21}	a_{22}	a_{2J}	a_{2n}	0	1	0	b_2
0	. . .					. . .	. . .	. . .	. . .
0	S_m	a_{m1}	a_{m2}	a_{mj}	a_{mn}	0	0	1	b_m
Z_j		0	0	0	0	0	0	0	$Z = 0$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		C_1-Z_1=C_1	C_2	C_J	C_n	0	0	0	

مراحل الوصول إلى الأمثلية في البرامج الخطية:

إن إيجاد الحل الأمثل للبرامج الخطية في حالتي تعظيم الأرباح و تقليل التكاليف باستخدام الطريقة المبسطة، يتم وفق مجموعة من المراحل:

م**01:** تحويل القيود و دالة الهدف إلى الشكل القياسي–الصيغة القياسية– (Standard Form).

م**02:** تعيين الحل الأساسي (Base Solution).

م**03:** تحويل الصيغة القياسية إلى صيغة جدولية.

م**04:** اختيار المتغير الداخل(VE) التي تقابل أكبر قيمة في سطر التقييم (Δ_j) ف حالة تعظيم الأرباح، و أقل قمة في حالة تقليل التكاليف.

م**05:** قسمة ثوابت الطرف الأيمن(b_i) على المعاملات الموجبة فقط، و الواقعة في عمود المتغير الداخل لاستخراج النسبة الأقل أي: $Min(b_i / a_{ij}) / a_{ij} \succ 0$ ، بحيث تقابل تلك النسبة المتغير الخارج(VS).

م**06:** تعيين العنصر المحوري(The Pivot element) و الذي يمثل نقطة تقاطع المتغير الداخل و المتغير الخارج، و تسمى المعادلة المحتوية على العنصر المحوري بالمعادلة المحورية.

م**07:** إنشاء جدول جديد تُدرج فيه المتغيرات الأساسية الجديدة.

م**08:** قسمة معادلة المحور على العنصر المحوري(معادلة المتغير الأساسي الجديد).

م**09:** حساب العناصر a_{ij} في الجدول الجديد حسب الحالة:

Pivot

$$1/\begin{pmatrix} \textcircled{a} & b \\ c & d \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a/a & b/a \\ 0 & (ad-bc)/a \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & b/a \\ 0 & d-(bc/a) \end{pmatrix}$$

$$2/\begin{pmatrix} a & b \\ c & \textcircled{d} \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} (ad-bc)/a & 0 \\ c/d & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} a-(bc/d) & 0 \\ c/d & 1 \end{pmatrix}$$

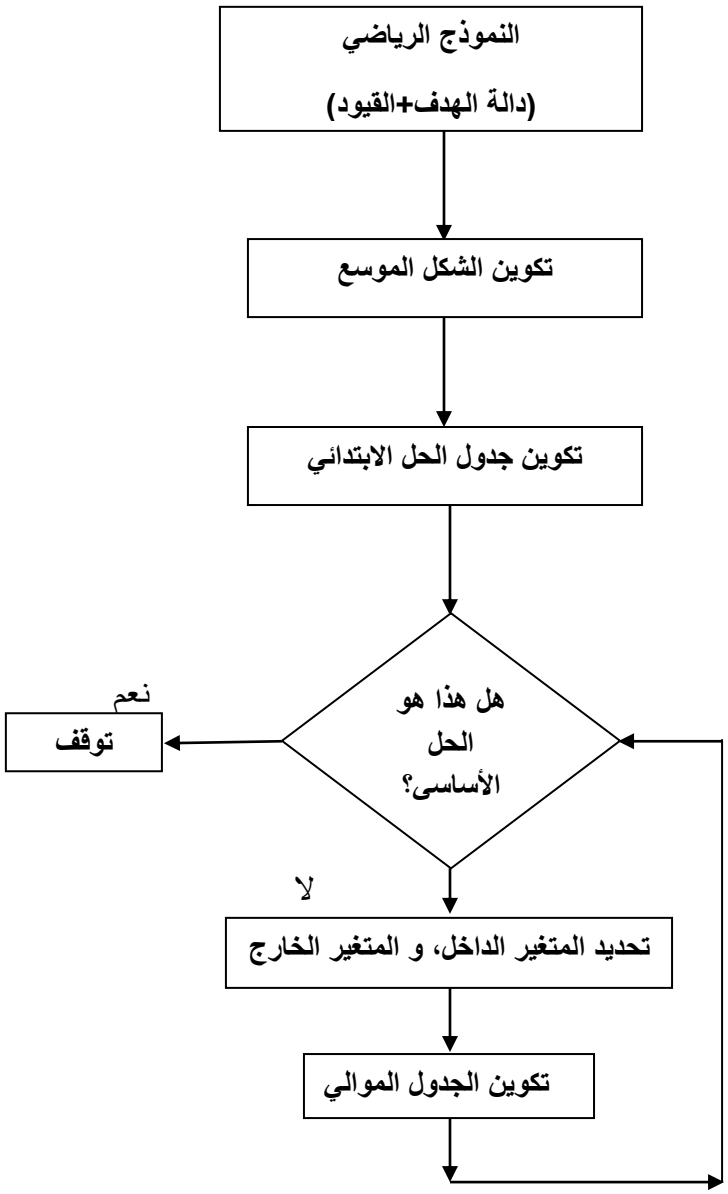
Pivot

م**10:** يمثل الجدول المتحصل عليه وفق الطريقة المبسطة جدولاً أمثلياً(يحوي الحل الأمثل)، إذا كانت جميع قيم سطر التقييم موجبة $(\Delta_j \geq 0)$، و العكس في حالة تقليل التكاليف.

م**11:** في حالة عدم التوصل إلى الحل الأمثل، يتم الرجوع إلى المرحلة الرابعة(م04) لتحديد المتغير الداخل و الاستمرار بالحل حتى يتم التوصل إلى الحل الأمثل.

من خلال المراحل السابقة يمكننا تمثيلها في المخطط التوضيحي التالي:

الشكل رقم (03): مخطط الطريقة المبسطة



المصدر: سهيلة عبد الله سعيد، الجديد في الأساليب الكمية، ص71.

1.5. إيجاد الحل الأمثل بالطريقة المبسطة:

مـثال: ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$MaxW = 8X_1 + 6X_2$$
$$S/C \begin{cases} 4X_1 + 2X_2 \le 60 \\ 2X_1 + 4X_2 \le 48 \\ X_1, X_2 \ge 0 \end{cases}$$

المطلوب:إيجاد الحل الأمثل باستخدام الطريقة المتوسطة؟

1-الشكل الموسع (SF) :

$$MaxW = 8X_1 + 6X_2 + 0S_1 + 0S_2$$
$$S/C \begin{cases} 4X_1 + 2X_2 + S_1 = 60 \\ 2X_1 + 4X_2 + S_2 = 48 \\ X_1, X_2, S_1, S_2 \ge 0 \end{cases}$$

2-الحل الأساسي(BS) :

$$X_1 = 0, X_2 = 0, S_1 = 60, S_2 = 48, Z = 0$$

3-**الجدول الأول:**

VE

C_J / Basic V		8	6	0	0	
		X1	X2	S_1	S_2	bi
0	S_1	(Pivot) 4	2	1	0	60
0	S_2	2	4	0	1	48
Z_j		0	0	0	0	$Z = 0$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		8	6	0	0	

VS

الجدول الثاني:

VE

VS

C_J / Basic V		8	6	0	0	
		X1	X2	S_1	S_2	bi
8	X_1	1	1/2	1/4	0	15
0	S_2	0	3	-1/2	1	18
Z_j		8	4	2	0	$Z=120$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		0	2	-2	0	

الجدول الثالث:

C_J / Basic V		8	6	0	0	
		X1	X2	S_1	S_2	bi
8	X_1	1	0	1/3	-1/6	12
6	X_2	0	1	-1/6	1/3	6
Z_j		8	6	4/3	2/3	$Z=132$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		0	0	-4/3	-2/3	

من خلال الجدول يتبين لنا أن: $\Delta_j \leq 0$ و بالتالي نكون قد توصلنا إلى الحل الأمثل:

$$X_1^* = 12, X_2^* = 6, S_1 = 0, S_2 = 0, Z^*(Optimal) = 132$$

2.5. أمثلة مقترحة بالطريقة المبسطة:

$$01/\ Max\ Z = 7X_1 + 5X_2 + 9X_3 \qquad S/C \begin{cases} 2X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 45 \\ X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 27 \\ X_1 + X_3 \leq 15 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$02/\ MaxZ = 7X_1 + 5X_2 + 9X_3 \qquad s/c \begin{cases} 2X_1 + X_2 + 3X_3 \leq 46 \\ X_1 + X_3 \leq 15 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$03/\ MaxZ = 3X_1 + 4X_2 + 3X_3 \qquad s/c \begin{cases} 3X_1 + 2X_2 + X_3 \leq 960 \\ 5X_1 + 8X_2 + 4X_3 \leq 5000 \\ 3X_1 + 6X_2 + X_3 \leq 2400 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

3.5. طرق إيجاد الحل الأمثل في حالة القيود أكبر أو يساوي($\geq$):

-ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$MinW = C_1X_1 + ... + C_jX_J + ... + C_nX_n$$

$$s/c \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n \geq b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n \geq b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n \geq b_m \end{cases}$$

$$x_j, b_i \geq 0 \ \forall j = \overline{1 \quad n} \ , \ \forall i = \overline{1 \quad m}$$

في حالة القيود التي تتضمن إشارة القيود بها أكبر أو يساوي، أو مساواة فإنه من أجل التحول إلى الصيغة القياسية، نقوم بإضافة متغيرات المخزون(S_J) زائد متغيرات اصطناعية(R_J) (Artificiel Variables) قصد الحصول على حل أساسي مقبول. و يكون الشكل القياسي على الشكل التالي:

أ- حالة تقليل التكاليف:

$$MinW = C_1X_1 + ... + C_jX_J + ... + C_nX_n + 0S_1 + 0S_2 + ... + 0S_m + MR_1 + MR_2 + ...MR_m$$

$$s/c \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n - S_1 + R_1 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n - S_2 + R_2 = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n - S_m + R_m = b_m \end{cases}$$

$$X_j, S_i, R_i \geq 0 \ \forall j = \overline{1 \quad n} \ , \ \forall i = \overline{1 \quad m}$$

و يكون الحل الأساسي في هذه الحالة:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \qquad Z = \sum MR_i$$

ب-حالة تعظيم الأرباح:

$$MinW = C_1X_1 + ... + C_jX_J + ... + C_nX_n + 0S_1 + 0S_2 + ... + 0S_m - MR_1 - MR_2 - ... - MR_m$$

$$s/c \begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + ... + a_{1n}x_n - S_1 + R_1 = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + ... + a_{2n}x_n - S_2 + R_2 = b_2 \\ \vdots \qquad \vdots \qquad \qquad \vdots \qquad \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + ... + a_{mn}x_n - S_m + R_m = b_m \end{cases}$$

$$X_j, S_i, R_i \geq 0 \ \forall j = \overline{1 \quad n} \ , \forall i = \overline{1 \quad m}$$

و يكون الحل الأساسي في هذه الحالة:

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix} \qquad Z = -M \sum R_i$$

ملاحظة: إضافة المتغيرات الاصطناعية متعلق بطبيعة القيد(اتجاه القيد) لا بنوع المسألة.

ج-بعض الحالات الخاصة في القيود:

- في حالة المساواة $\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j = -b_i\right)$ نقوم بضرب المعادلة في (-1)

- في حالة المساواة $\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \geq -b_i\right)$ نقوم بضرب المتراجحة في (-1)

- في حالة المساواة $\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}X_j \leq -b_i\right)$ نقوم بضرب المتراجحة في (-1)

مثال:

$$MaxZ = 6X_1 + 3X_2 + 4X_3$$

$$S/C \begin{cases} -2X_1 - 1/2X_2 + X_3 = -60 \\ X_1 + X_3 \leq 20 \\ -X_1 - \quad 5X_3 \leq -50 \\ X_1, X_2, X_3, \geq 0 \end{cases}$$

$$MaxZ = 6X_1 + 3X_2 + 4X_3$$

$$\xrightarrow{\times(-1)} S/C \begin{cases} 2X_1 + 1/2X_2 - X_3 = 60 \\ X_1 + X_3 \leq 20 \\ X_1 + \quad 5X_3 \geq 50 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

في الحالات التي تكون فيها القيود من اتجاه أكبر أو يساوي، أو مساواة، فإن نقوم باستبعاد المتغيرات الاصطناعية و الاستمرار بالحل إلى غاية، و يتم ذلك وفق طريقتين:

1.3.5. طريقة الكبرى M (Big M- Method):

يتعلق استخدام المتغيرات الاصطناعية (R) أساسا بنوع القيد لا طبيعة المسألة. و لكن ارتبط استخدام المتغيرات الاصطناعية بصفة عامة بمسائل تقليل التكاليف.

تتمثل خطوات الحل في التالي :

01- تحويل النموذج الرياضي إلى الصيغة القياسية حسب الجدول التالي:

الجدول رقم(02): الصيغة الموسعة للقيود و دالة الهدف

دالة الهدف (OF) في الشكل الموسع		دالة الهدف (OF)	
$MaxZ = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j + 0\sum_{i=1}^{m} S_i + M\sum_{i=1}^{m} R_i$	$MaxZ = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j + 0\sum_{i=1}^{m} S_i - M\sum_{i=1}^{m} R_i$	$MinW = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$	$MaxZ = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j$
القيد في الشكل الموسع		القيد في البرنامج الخطي	
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + S_i = b_i$		$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \leq b_i$	
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j - S_i + R_i \geq b_i$		$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \geq b_i$	
$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j + R_i = b_i$		$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j = b_i$	

بحيث تمثل **M** معاملات المتغيرات الاصطناعية R_I، و هي معاملات موجبة كبيرة جدا($M \succ\succ\succ$)

مثال: ليكن البرنامج الخطي:

$$MaxW = 6X_1 + 4X_2$$
$$S/C \begin{cases} 3X_1 + 2X_2 \leq 6 \\ 3X_1 + X_2 = 8 \\ 2X_1 + 5X_2 \geq 4 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب: كتابة الشكل الموسع؟

$$MaxW = 6X_1 + 4X_2 + 0S_1 + 0S_2 - MR_1 - MR_2$$
$$S/C \begin{cases} 3X_1 + 2X_2 + S_1 = 6 \\ 3X_1 + X_2 + R_1 = 8 \\ 2X_1 + 5X_2 - S_1 + R_1 = 4 \\ X_1, X_2, S_1, S_2, R_1, R_2 \geq 0 \end{cases}$$

02-نقوم بتطبيق جميع خطوات الطريقة المبسطة، بالنسبة لتعظيم الأرباح و تقليل التكاليف، حتى نصل إلى الحل الأمثل، الذي يكون خالياً من جميع المتغيرات الاصطناعية.

ملاحظة: عند خروج المتغيرات الاصطناعية-فقط- من عمود المتغيرات الأساسية فإنها تحذف تلقائياً من الجدول.

مثال:ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$MinW = 3X_1 + 4X_2 + 8X_3$$
$$S/C \begin{cases} 4X_1 + 2X_2 \geq 12 \\ 4X_2 + 8X_3 \geq 16 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب: البحث عن الحل الأمثل بطريقة Big M ؟

1-الشكل القياسي:

$$MinW = 3X_1 + 4X_2 + 8X_3 + 0S_1 + 0S_2 + MR_1 + MR_2$$

$$S/C \begin{cases} 4X_1 + 2X_2 - S_1 + R_1 = 12 \\ 4X_2 + 8X_3 - S_2 + R_2 = 16 \\ X_1, X_2, S_1, S_2, R_1, R_2 \geq 0 \end{cases}$$

2-الحل الأساسي:

$$X_1 = 0, X_2 = 0, S_1 = 0, S_2 = 0, R_1 = 12, R_2 = 16, Z = 28M$$

الجدول الأولي:

VE

C_J / Basic V		**3**	**4**	**8**	**0**	**0**	**M**	**M**	**bi**
		X1	**X2**	**X_3**	**S_1**	**S_2**	**R_1**	**R_2**	
+M	R_1	**4**	**2**	**0**	**-1**	**0**	**1**	**0**	**12**
+M	R_2	**0**	**4**	**8**	**0**	**-1**	**0**	**1**	**16**
Z_j		4M	6M	8M	-M	-M	M	M	$Z = 28M$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		3-4M	4-4M	8-8M	M	-M	0	0	

VS

الجدول الثاني:

VE

C_J / Basic V		3	4	8	0	0	M	**bi**
		X1	X2	X_3	S_1	S_2	R_1	
+M	R_1	4	2	0	-1	0	1	**12**
8	X_3	0	1/2	1	0	-1/8	0	**2**
Z_j		4M	2M+4	8	-M	-1	M	$Z = 12M + 16$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		3-4M	-2M	0	M	+1	0	

VS

الجدول الثالث:

VE

C_J / Basic V		3	4	8	0	0	bi
		X1	X2	X_3	S_1	S_2	
3	X_1	1	1/2	0	-1/4	0	3
8	X_3	0	1/2	1	0	-1/8	2
Z_j		3	11/2	8	-3/4	-1	$Z=25$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		**3**	**-3/2**	**0**	**3/4**	**1**	

VS

الجدول الرابع(الجدول الأمثل):

C_J / Basic V		3	4	8	0	0	bi
		X1	X2	X_3	S_1	S_2	
3	X_1	1	0	-1	-1/4	1/8	1
4	X_2	0	1	2	0	-1/4	4
Z_j		3	4	5	-3/4	-5/8	$Z=19$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		0	0	3	3/4	5/8	

$$\Delta_j \geq 0 \Rightarrow S\,Opt \rightarrow X^*_1 = 1, X^*_2 = 4, X^*_3 = 0, S_1 = 0, S_2 = 0, Z^* = 19$$

2.3.5. طريقة المرحلتين (Two-Phase Method) :

تعتبر طريقة المرحلتين أسهل تطبيقا من طريقة Big M، لتفادي الأخطاء في الحسابات الناجمة عن وجود متغيرات اصطناعية، حيث تسمح طريقة المرحلتين بالحصول على الحل الأمثل عبر مرحلتين:

المرحلة الأولى:

حيث يتم تحويل البرنامج الخطي إلى صيغته القياسية، و تشكيل دالة مؤقتة(r)، التي تمثل مجموع المتغيرات الاصطناعية المستنتجة من القيود: $r = \sum R_i$ ، و يكون الهدف من المرحلة التقليل من قيمة الدالة المؤقتة **(Min r)** مهما تكون الدالة الأصلية تعظيم أرباح أو تقليل تكاليف. و تنتهي المرحلة الأولى عند

التوصل إلى قيمة صفرية للدالة المؤقتة(r=0)، و بعبارة أخرى التخلص من المتغيرات الاصطناعية في المرحلة الأولى.

المرحلة الثانية:

نستعين في هذه المرحلة بنهاية المرحلة الأولى لبناء الجداول المبسطة و ذلك بالرجوع غلى الدالة الأصلية، و الاستمرار بخطوات الحل إلى غاية التوصل إلى الحل الأمثل، مع الإشارة إلى أن الحل الأمثل المتحصل عليه مساو لطريقة Big M.

ملاحظة: في حالة بقاء متغير اصطناعي في جدول الحل النهائي للمرحلة الأولى، مع تحقق شرط الأمثلية في سطر التقييم، فهذا يشير إلى عدم إمكانية العبور إلى المرحلة الثانية و بالتالي استحالة الحل[1]

مثال:

$$MinW = 3X_1 + 4X_2 + 8X_3$$
$$S/C\begin{cases} 4X_1 + 2X_2 \geq 12 \\ 4X_2 + 8X_3 \geq 16 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

المرحلـــــة الأولى:

1-الشكل القياسي:

$$MinW = 3X_1 + 4X_2 + 8X_3 + 0S_1 + 0S_2$$
$$S/C\begin{cases} 4X_1 + 2X_2 - S_1 + R_1 = 12 \cdots\cdots (01) \\ 4X_2 + 8X_3 - S_2 + R_2 = 16 \cdots\cdots (02) \\ X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0 \end{cases}$$

2-تكوين الدالة المؤقتة:

من خلال القيدين نستخرج عبارة الدالة المؤقتة (r) أي : $r = f(X_i, S_i, cons) = \sum_{i=1}^{2} R_i$

من المعادلة(01) : $R_1 = 12 - 4X_1 - 2X_2 + S_1$

1 سهيلة عبد الله سعيد،مرجع سبق ذكره، ص 80.

من المعادلة(02) : $R_1 = 16 - 4X_2 - 8X_3 + S_2$

$$r = f(X_i, S_i, cons) = \sum_{i=1}^{2} R_i$$

$$\Rightarrow r = 28 - 4X_1 - 6X_2 - 8X_3 + S_1 + S_2$$

و بالتالي يكون البرنامج الخطي في المرحلة الأولى:

$$Min\ r = R_1 + R_2 = 28 - 4X_1 - 6X_2 - 8X_3 + S_1 + S_2$$

$$S/C \begin{cases} 4X_1 + 2X_2 - S_1 + R_1 = 12 \\ 4X_2 + 8X_3 - S_2 + R_2 = 16 \\ X_1, X_2, S_1, S_2 \geq 0 \end{cases}$$

Basic Variable	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R_1	R_2	b_i
R_1	4	2	0	-1	0	1	0	12
R_2	0	4	8	0	-1	0	1	16
r	-4	-6	-8	1	1	0	0	r = -28
R_1	4	2	0	-1	0	1		12
X_3	0	1/2	1	0	-1/8	0		2
r	-4	-2	0	1	0	0		r =-12
X_1	1	1/2	0	-1/4	0			3
X_3	0	1/2	1	0	-1/8			2
r	0	0	0	0	0			r =0

نهاية المرحلة الأولى(r = 0)

المرحلـــــة الثانـــــية:

الجدول الأول:

VE

C_J / Basic V		3	4	8	0	0	bi
		X1	X2	X_3	S_1	S_2	
3	X_1	1	1/2	0	-1/4	0	3
8	X_3	0	1/2	1	0	-1/8	2
Z_j		3	11/2	8	-3/4	-1	$Z=25$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		3	-3/2	0	3/4	1	

VS

الجدول الثاني(الجدول الأمثل):

C_J / Basic V		3	4	8	0	0	bi
		X1	X2	X_3	S_1	S_2	
3	X_1	1	0	-1	-1/4	1/8	1
4	X_2	0	1	2	0	-1/4	4
Z_j		3	4	5	-3/4	-5/8	$Z=19$
$\Delta_j = C_j - Z_j$		0	0	3	3/4	5/8	

$$\Delta_j \geq 0 \Rightarrow S\,Opt \rightarrow X^*_1 = 1, X^*_2 = 4, X^*_3 = 0, S_1 = 0, S_2 = 0, Z^* = 19$$

4.5.أمثلة مقترحة:

ت01: يمثل الجدول التالي برنامج خطي لمخرجات مؤسسة ما، تحصلنا بعد جمع المعطيات على الجدول الأولي:

C_j / V de base		4 X1	1 X2	0 S_1	0 S_3	-M R_1	- M R_2	bi
	R_1	3	1	0	0	1	0	3
	R_2	4	3	1-	0	0	1	6
	S_3	1	2	0	1	0	0	4
Z_j								Z= - 9M
Δj								

المطلوب:

1. بناء النموذج الرياضي لهذا البرنامج الخطي؟
2. إيجاد الحل الأمثل للنموذج ؟
3. تأكد من أمثلية الحل باستخدام طريقة المرحلتين؟

ت02:

$01/\ Min\ Z = 12X_1 + 15X_2$ $\quad 02/\ MinW = 6X_1 + 4X_2 + 4X_3$ $\quad 03/\ MaxZ = X_1 + X_2$ $\quad 04/\ MaxZ = 2X_1 + 3X_2 - 5X_3$

$$s/c\begin{cases} X_1 + X_2 \geq 50 \\ 2X_1 + 3X_2 \geq 70 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases} \quad s/c\begin{cases} 3X_1 + 4X_2 + 5X_3 \geq 50 \\ 5X_1 + 2X_2 + X_3 \geq 70 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases} \quad s/c\begin{cases} X_1 \leq 30 \\ X_2 \leq 20 \\ X_1 + 2X_2 \geq 80 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases} \quad s/c\begin{cases} X_1 + X_2 + X_3 = 30 \\ 2X_1 - 5X_2 + X_3 \geq 10 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب:

01–حل البرامج الخطية باستخدام طريقة المرحلتين؟

02–تأكد من الحلول المتوصل إليها في 01، مستخدماً طريقة Big M؟

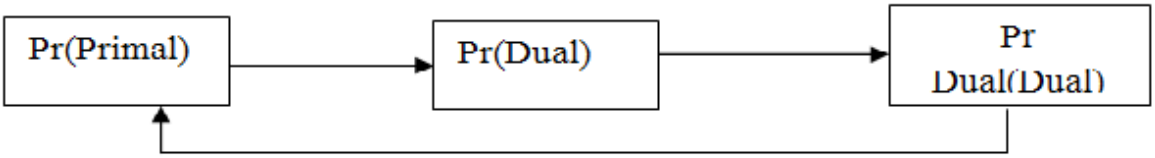
الفصل الثالث:

النموذج المُقــابل و تحليل الحساسية

1-تمهيد:

إن الثنائية أو النموذج المقابل تعني أن وجود مشكلة برمجة خطية لتعظيم الأرباح ترافقها مشكلة برمجة خطية لتقليل التكاليف، و العكس صحيح، حيث تدعى المشكلة الأولية (The Primer Problem) و المشكلة الثنائية ب(The Dual Problem)، بحيث يكون البرنامج الثنائي للبرنامج الثنائي يمثل البرنامج الأصلي حسب الشكل التالي:

الشكل رقم(04): الانتقال ما بين البرنامج الأولي و الثنائي



المصدر: من إعداد الباحث

حيث يكون الحل الأمثل لأحد البرنامجين متضمن لمعلومات حول الحل الأمثل للبرنامج الآخر، ومن فوائد استخدام البرنامج المقابل أن يتمكن الباحث من الوقوف على تفصيلات البرمجة الخطية و تحليلها علمياً بالإضافة إلى ذلك يسمح البرنامج المقابل بـ[1] :

-مساعدة الباحث على اختزال خطوات الحل في بعض الأحيان و التوصل على الحل الأمثل بطريقة أسرع.

-إذا كان لأحد المتغيرات في البرنامج الأولي قيمة سالبة، ففي هذه الحالة لا يوجد حل مقبول (Infeasible).بينما باستخدام النموذج المقابل فيمكن إيجاد حل للبرنامج (المشكلة) الخطي.

-البرنامج الثنائي مفيد في التفسير الاقتصادي للبرامج الخطية و حلولها المثلى[2] من زاوية أخرى.

-في مفهوم البرامج المقابلة يمكن أن يكون مفيدا في توسعات البرمجة الخطية، كالبرمجة الأعداد الصحيحة (Integer Programming) و البرمجة اللاخطية (Nonlinear Programming)

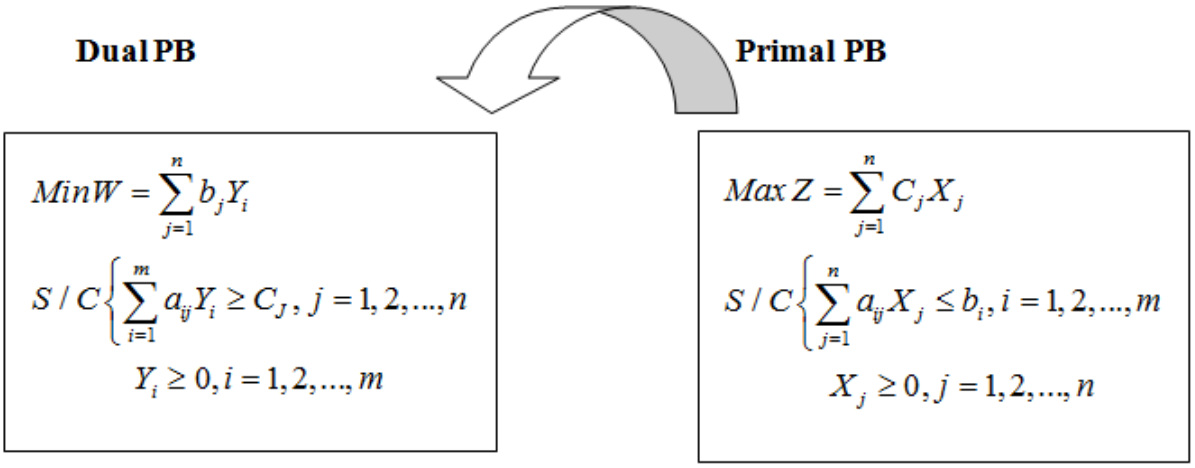
[1] سهيلة عبد الله سعيد،الجديد في الأساليب الكمية و بحوث العمليات،ط01،دار الحامد للنشر و التوزيع،الأردن،2007،ص110

[2] نجم عبود نجم، مدخل إلى الأساليب الكمية،ط01،مؤسسة الوراق للنشر و التوزيع،، الأردن:2013،ص282.

2. كيفية الانتقال من صيغة البرنامج الأولي إلى صيغة البرنامج المُقابل:

ليكن البرنامج الخطي الأصلي (الجهة اليمين)، أما البرنامج المقابل(الجهة اليسرى)

الشكل رقم(05): الانتقال من البرنامج الأصلي إلى المقابل



Source ; FREDERICK S.HILLIER.GERALD J.LIEBERMAN,Introduction To Operations Research,Ninth Edition,New York,p196.

يكون الانتقال من دالة لتعظيم الأرباح (Max) إلى دالة تقليل التكاليف، كما يستخدم البرنامج المقابل نفس معلمات البرنامج الأصلي(a_{ij}, b_i, c_j) و لكن بمواقع مختلفة[1]حسب النقاط التالية:

1.تغيير دالة الهدف من تعظيم(Max) إلى تقليل التكاليف(Min).و بالعكس.

2.التغيير من اتجاه القيود من (أكبر أو يساوي)إلى (أقل أو يساوي) و بالعكس.

3. كل قيد في البرنامج الأصلي يقابله متغير في البرنامج المقابل، أي عدد قيود البرنامج الأصلي مساو لعدد متغيرات البرنامج المقابل، و بالعكس.

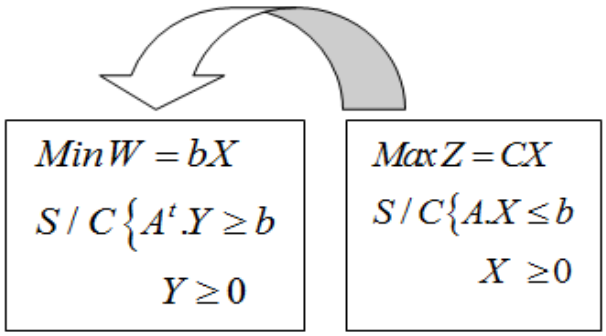
4.معاملات متغيرات دالة الهدف ($X_1, X_2, ..., X_j, ..., X_n$) في البرنامج الأصلي تصبح الثوابت ($b_1, b_2, ..., b_i, ..., b_m$) في البرنامج المقابل.

[1] FREDERICK S.HILLIER.GERALD J.LIEBERMAN, Introduction To Operations Research,Ninth Edition,New York,p196.

5.الثوابت(المتاحات) في الطرف الأيمن للبرنامج الأصلي تصبح معاملات متغيرات دالة الهدف في البرنامج المقابل.

6. معاملات المتغيرات(a_{ij}) في القيود للبرنامج الأصلي،تتغير لتصبح معاملات المتغيرات الثنائية ($Y_1, Y_2, ..., Y_m$) في البرنامج المقابل(تصبح أسطر معاملات مصفوفة النظام في البرنامج الأصلي أعمدة معاملات النظام في البرنامج المقابل)، حسب التمثيل المصفوفاتي (Matrix Notation) التالي:

الشكل رقم(6): الشكل المصفوفاتي للبرنامج الأوّلي والمقابل



حيث تخضع عملية الانتقال من البرنامج الأصلي إلى البرنامج المقابل إلى جملة من الاعتبارات المتعلقة باتجاه و إشارة المتغيرات المتضمنة في البرنامج الأصلي، و يكون ذلك وفق الجدول أدناه:

جدول رقم(03):قواعد بناء البرنامج المقابل

Max Z		Min W
القيود		المتغيرات
$\geq$	$\Leftrightarrow$	≤ 0
$\leq$	$\Leftrightarrow$	≥ 0
$=$	$\Leftrightarrow$	$\forall x$
المتغيرات		القيود
≥ 0	$\Leftrightarrow$	$\geq$
≤ 0	$\Leftrightarrow$	$\leq$
$\forall x$	$\Leftrightarrow$	$=$

Source:HAMDY TAHA, Operations research, An Introduction; Pearson Education, eighth edition.2007,United states of America,p155.

ملاحظة: من الجدول يتضح لنا عدم تحديد من هو البرنامج الأصلي و البرنامج المقابل، ببساطة إذا كان البرنامج الأصلي(Max) فإن البرنامج المقابل(Min) و العكس صحيح.

مثال(01): ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$MaxZ = 6X_1 + 8X_2$$
$$\begin{cases} 6X_1 + 3X_2 \le 5 \\ 2X_1 + 6X_2 \le 20 \\ 4X_1 + 2X_2 \le 30 \\ X_1, X_2 \ge 0 \end{cases}$$

المطلوب: صياغة البرنامج المقابل؟

نلاحظ أن البرنامج معطى في شكله العام، لهذا يمكننا اشتقاق البرنامج المقابل بطريقة مباشرة.

$$MinW = 5Y_1 + 20Y_2 + 30Y_3$$
$$s/c \begin{cases} 6Y_1 + 2Y_2 + 4Y_3 \ge 6 \\ 3Y_1 + 6Y_2 + 2Y_3 \ge 8 \\ Y_1, Y_2, Y_3 \ge 0 \end{cases}$$

مثال(02):ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$MaxZ = 5X_1 + 12X_2 + 4X_3$$
$$s/c \begin{cases} X_1 + 2X_2 + X_3 \le 10 \\ 2X_1 - X_2 + 3X_3 = 20 \\ X_1, X_2, X_3 \ge 0 \end{cases}$$

المطلوب: إيجاد البرنامج المقابل(المرافق)؟

$$MinW = 10Y_1 + 20Y_2$$
$$s/c \begin{cases} Y_1 + 2Y_2 \ge 5 \\ 2Y_1 - Y_2 \ge 12 \\ Y_1 + 3Y_2 \ge 4 \\ Y_1 \ge 0, \forall Y_2 \end{cases}$$

المتغير Y_2 غير محدد الإشارة لأن القيد المقابل له في البرنامج الأصلي عبارة عن مساواة.

مثال(03): ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$MaxZ = 5X_1 + 6X_2$$
$$s/c\begin{cases} X_1 + 2X_2 = 5 \\ -X_1 + 5X_2 \geq 3 \\ 4X_1 + 7X_2 \leq 8 \\ \forall X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب: إيجاد البرنامج المقابل(المرافق)؟

$$MinW = 5Y_1 + 3Y_2 + 8Y_3$$
$$s/c\begin{cases} Y_1 - Y_2 + 4Y_3 = 5 \\ 2Y_1 + 5Y_2 + 7Y_3 \geq 6 \\ \forall Y_1, Y_2 \leq 0, Y_3 \geq 0 \end{cases}$$

حالة خاصة:

1.في حالة وجود متغير غير محدد الإشارة($\forall x_i$)نقوم بتحويله إلى فرق بين قيمتين موجبتين أي:

$$(x_i = x_i^{/} - x_i^{//} \,/\, x_i^{/} \geq 0, x_i^{//} \geq 0)$$

2.في حالة وجود متغير سالب($x_i \leq 0$) نقوم بتحويله إلى متغير موجب مسبوق بإشارة سالبة أي:

$$(x_i = -x_i^{/} \,/\, x_i^{/} \geq 0)$$

في كلا الحالتين نقوم بتعويض المتغير الأصلي في دالة الهدف و جملة القيود ثم نوجد بعد ذلك البرنامج المقابل.

أمثلة مقترحة:

لتكن البرامج الخطية التالية:

$$01/\ MaxZ = -5X_1 + 2X_2 \qquad s/c\begin{cases} -X_1 + X_2 \leq -2 \\ 2X_1 + 3X_2 \leq 5 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$02/\ MaxZ = 6X_1 + 3X_2 \qquad s/c\begin{cases} 6X_1 + 3X_2 + X_3 \geq 2 \\ 3X_1 + 4X_2 + X_3 \geq 5 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

$$03/\ MaxZ = X_1 + X_2 \qquad s/c\begin{cases} 2X_1 + X_2 = 5 \\ 3X_1 - X_2 = 6 \\ X_1, \forall X_2 \end{cases}$$

$$04/\ MaxZ = 2X_1 + 3X_2 \qquad \begin{cases} X_1 + 2X_2 \leq 10 \\ -2X_1 + 3X_2 \leq 15 \\ \forall X_1, X_2 \leq 0 \end{cases}$$

3.الحل الأمثل للبرنامج المقابل(Optimal Dual Solution):

الأكيد أن هناك علاقة بين النموذج الأصلي(Primal P) و البرنامج المقابل(Dual P)، و من أهم هذه العلاقات هي علاقة دالة الهدف، حيث يكون الحل الأمثل للبرنامج الأصلي هو نفسه الحل الأمثل للبرنامج المقابل مع بعض الحسابات الإضافية[1] لذا فالحل الأمثل للنموذج المقابل يمكن إيجاده باستخدام إحدى الطريقتين:

أ.الطريقة الأولى:

القيمة المثلى للمتغيرات الثنائية = معاملات دالة الهدف للدالة الأصلية للجل الأمثل الأولي × المصفوفة العكسية للحل الأمثل الأولي.

ب.الطريقة الثانية:

ملخص هذه الطريقة ننظر إلى معاملات دالة الهدف في الحل الأمثل للبرنامج الأصلي، حيث تقابل متغيرات المخزون للبرنامج الأصلي متغيرات القرار للبرنامج الثنائي، و متغيرات الفجوة بالنسبة للبرنامج الثنائي تقابل متغيرات القرار للبرنامج الأصلي.

مثال(01):ليكن البرنامج الخطي التالي

$$Min\, W = 3X_1 + 4X_2 + 8X_3$$
$$s/c \begin{cases} 4X_1 + 2X_2 + X_3 \geq 12 \\ 4X_2 + 8X_3 \geq 16 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \end{cases}$$

المطلوب:

1-إيجاد الحل الأمثل ؟

2-استنتج الحل الأمثل للبرنامج المقابل؟

[1] سهيلة عبد الله سعيد، مرجع سبق ذكره،ص 115.

الحل باستخدام طريقة المرحلتين :

-الشكل الموسع:

$$MaxZ = 3X_1 + 4X_2 + 8X_3 + 0S_1 + 0S_2$$

$$s/c \begin{cases} 4X_1 + 2X_2 + X_3 - S_1 + R_1 = 12 \\ 4X_2 + 8X_3 - S_2 + R_2 = 16 \\ X_1, X_2, X_3 \geq 0 \\ S_i, R_i \geq 0 \end{cases}$$

-المرحلة الأولى:

$$R_1 = 12 - 4X_1 - 2X_2 - X_3 + S_1$$

$$R_2 = 16 - 4X_2 - 8X_3 + S_2$$

$$\Rightarrow Min\ r = 28 - 4X_1 - 6X_2 - 8X_3 + S_1 + S_2$$

V d B	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R_1	R_2	b_i
R_1	4	2	0	-1	0	1	0	12
R_2	0	4	8	0	-1	0	1	16
r	-4	-6	-8	1	1	0	0	r = -28
V d B	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R_1	R_2	b_i
R_1	4	2	0	-1	0	1	0	12
X_3	0	1/2	1	0	-1/8	0	1/8	2
r	-4	-2	0	1	0	0	1	r = -12
V d B	X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	R_1	R_2	b_i
X_1	1	1/2	0	-1/4	0	1/4	0	3
X_3	0	1/2	1	0	-1/8	0	1/8	2
r	0	0	0	0	0	1	2	**r = 0**

المرحلة الثانية:

V d B		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	b_i
3	X_1	1	1/2	0	-1/4	0	3
8	X_3	0	1/2	1	0	-1/8	2
Z_j		3	11/2	8	-3/4	-1	**Z= 25**
Δ_j		0	-3/2	0	3/4	1	
V d B		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	b_i
3	X_1	1	0	-1	-1/4	1/8	1
4	X_2	0	1	2	0	-1/4	4
Z_j		3	4	5	-3/4	-5/8	**Z= 19**
Δ_j		0	0	3	3/4	5/8	

الحل الأمثل:

$X_1 = 1$ $X_2 = 4$ $X_3 = 0$ $S_1 = 0$ $S_2 = 0$ **Zopt =19**

2.البرنامج المقابل:

$$MaxZ = 12Y_1 + 16Y_2$$

$$s/c \begin{cases} 4Y_1 \le 3 \\ 2Y_1 + 4Y_2 \le 4 \\ 8Y_2 \le 8 \\ Y_1, Y_2 \ge 0 \end{cases}$$

أ.الطريقة الأولى:

$$\left(Y_1^*, Y_2^*\right) = (3,8) \times \begin{pmatrix} -1/4 & 1/8 \\ 0 & -1/4 \end{pmatrix} = \left(\left|-3/4\right|, \left|-5/8\right|\right)$$

ب.الطريقة الثانية:

S'_1 S'_2 S'_3 Y_1^* Y_2^*

V d B		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	b_i
3	X_1	1	0	-1	-1/4	1/8	1
4	X_2	0	1	2	0	-1/4	4
Z_j		3	4	5	-3/4	-5/8	**Z= 19**
Δ_j		0	0	3	3/4	5/8	

من خلال المقابلة ما بين المتغيرات و سطر التقييم(Δ_j) نستنتج الحل الأمثل للبرنامج المقابل كالتالي:

$$Z^*=W^*=19\ ,\ \mathbf{S'_1=0}\ ,\ \mathbf{S'_2=0}\ ,\ \mathbf{S'_3=3}\ ,\ \mathbf{Y_1^*=3/4}\ ,\ \mathbf{Y_2^*=5/8}$$

و هو يمثل نفس الحل الأمثل لو قمنا بحل البرنامج المقابل باستخدام الطريقة المبسطة.

ملاحظة: يمكن انطلاقا من الحل الأمثل للبرنامج المقابل إيجاد الحل الأمثل للبرنامج الأصلي بنفس الطريقتين السابقتين.حيث ننتبه هنا إلى أن البرنامج الثنائي هنا يصبح هو البرنامج الأولي.

أمثلة مقترحة:

1.ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$MAX\ Z = 6X_1 + 8X_2$$
$$s/c\begin{cases}30X_1 + 20X_2 \le 300\\ 5X_1 + 10X_2 \ge 110\\ X_1, X_2 \ge 0\end{cases}$$

-أوجد الحل الأمثل للبرنامج الأصلي؟

-استنتج الحل الأمثل للبرنامج المقابل؟

2. ليكون لديك البرنامج الخطي التالي:

$$MAX\ Z = 2X_1 + 5X_2$$
$$s/c\begin{cases}3X_1 + 5X_2 \le 8\\ 2X_1 + 7X_2 \le 12\\ X_1, X_2 \ge 0\end{cases}$$

-قم بصياغة البرنامج المقابل؟

-إيجاد الحل للنموذج المقابل مباشرة من جدول الحل الأمثل للنموذج الأولي؟

3. ليكون لديك نموذج البرمجة التالي:

$$Min\, W = 2X_1 + X_2$$
$$s/c \begin{cases} X_1 + 3X_2 \geq 300 \\ 4X_1 + 2X_2 \geq 40 \\ X_1, X_2 \geq 0 \end{cases}$$

-قم بصياغة البرنامج المقابل؟

-جد الحل الأمثل للبرنامج المقابل باستخدام الطريقة المبسطة؟

-استنتج الحل الأمثل للبرنامج الأصلي بطريقتين مختلفتين؟

II-تحليل الحساسية Post-optimal Analysis

يعتبر موضوع تحليل الحساسية من المواضيع المهمة جدا لمتخذ القرار بسبب ديناميكية البيئة التي تتواجد فيها المؤسسة،إذا تتغير أسعار المواد الأولية بإستمرار و كذلك مستوى الطلب على المنتج، فضلا عن التغيرات السريعة في التكنولوجيا، مما يلزم الإدارة بضرورة اتخاذ قرارات مختلفة كاستبدال المكائن القديمة بأخرى جديدة،أو تغيير حجم العمالة...إلخ لذلك تعتبر البرمجة الخطية الأداة المناسبة لتحديد مدة تأثير حدوث التغيرات على أمثلية الحل.

يعد تحليل الحساسية دراسة للتغير الحاصل في قيمة الحل الأمثل في حالة تغيير معاملات المشكلة[1] ،إذ يتضمن طرح سلسلة من الأسئلة من النوع (What....If... ?) مثال: ما قيمة الهدف لو تم زيادة ربح المنتج(01) بنسبة 10% ؟

يفيد استخدام تحليل الحساسية في معرفة تأثير حدوث تغييرات في:

1. معاملات دالة الهدف
2. معاملات قيود البرنامج.
3. كمية الموارد المتاحة(الجانب الأيمن) في قيود البرنامج.

[1] أحمد عبد إسماعيل الصفار، ماجدة عبد اللطيف التميمي، بحوث العمليات و تطبيقات على الحاسوب، الأردن ،ط01،ص241

يوجد مدخلان لتحديد حساسية الحل الأمثل للتغير هما:

1.المحاولة و الخطأ(a Trial and Error Approach):

يعتمد هذا المدخل على استخدام الكمبيوتر، إذا يتم تغيير احدة المدخلات في كل مرة لمعرفة مدى تأثيره على أمثلية الحل، إلى أن ذلك يتطلب وقت طويل لإمكانية اختيار التغيرات المحتملة.

2.تحليل الحساسية بعد التوصل إلى الحل الأمثل (Post Optimality Analysis):

نبدأ بتحليل الحساسية بعد الحصول على الحل الأمثل لغرض تحديد مدى تأثير أي تغير في الحالات الثلاث السابقة على أمثلية الحل(المدخل المفضل).سنستخدم المثال التالي لشرح تحليل الحساسية (وهو في متغيرين فقط بغرض التبسيط):

$$Max\, W = 20X_1 + 10X_2$$
$$s/c \begin{cases} 5X_1 + 4X_2 \le 24 \\ 2X_1 + 5X_2 \le 13 \\ X_1, X_2 \ge 0 \end{cases}$$

-الصيغة القياسية(SF) :

$$Max\, W = 20X_1 + 10X_2 + 0S_1 + 0S_2$$
$$s/c \begin{cases} 5X_1 + 4X_2 + S_1 = 24 \\ 2X_1 + 5X_2 + S_2 = 13 \\ X_1, X_2, S_1, S_2 \ge 0 \end{cases}$$

-الحل الأساسي(BS):

$$X_1 = 0, X_2 = 0, S_1 = 24, S_2 = 13, Z = 0$$

-الجدول الأولي:

V d B		20 X_1	10 X_2	0 S_1	0 S_2	b_i
0	S_1	5	4	1	0	24
0	S_2	2	5	0	1	13
Z_j		0	0	0	0	**Z= 0**
Δ_j		20	10	0	0	

-الجدول الأمثل*:

V d B		20 X_1	10 X_2	0 S_1	0 S_2	b_i
20	X_1	1	4/5	1/5	0	24/5
0	S_2	0	17/5	-2/5	1	3
Z_j		20	16	4	0	**Z= 96**
Δ_j		0	-6	-4	0	

الحل الأمثل (Opt S) : $X_1^* = 4.8, X_2^* = 0, S_1 = 0, S_2 = 3.4, Z^* = 96$

1.تأثير تغير قيمة معامل دالة الهدف لمتغير غير أساسي:

حسب المثال السابق فإن المتغيرX_2 غير أساسي عند نقطة الحل الأساسي، و السؤال هنا يكون عن مقدار التغير قي قيمة C_2 بحيث لا تتأثر نقطة الحل الأمثل.

بفرض وجود تغير في معامل متغير دالة الهدف(X_2) هي: $C_2 = 10 + \Delta$ تصبح تبعا لذلك قيمة دالة الهدف:

$Max\ Z = 20X_1 + (10 + \Delta) X_2$ ، و في هذه الحالة لسنا بحاجة إلى حل البرنامج الخطي من جديد، حيث ننطلق من الجدول الأمثل* السابق:

V d B		20 X_1	$10+\Delta$ X_2	0 S_1	0 S_2	b_i
20	X_1	1	4/5	1/5	0	24/5
0	S_2	0	17/5	-2/5	1	3
Z_j		20	16	4	0	**Z= 96**
Δ_j		0	$-6+\Delta$	- 4	0	

من خلال شرط الأمثلية $\Delta_j \leq 0$ فإن:

$$-\frac{30}{5} + \Delta \leq 0 \Rightarrow \Delta \leq 6 \Leftrightarrow -\infty \leq \Delta \leq 16$$

أي ان الحل الأمثل الحالي يبقى أمثليا($X_1^* = 4.8, X_2^* = 0, S_1 = 0, S_2 = 3.4, Z^* = 96$) إذا كان:

$-\infty \leq C_2 \leq 16$

2. تأثير تغير قيمة معامل دالة الهدف لمتغير أساسي:

السؤال في هذه الحالة ما مقدار التغير Δ في معامل المتغير X_1 أي(C_2).

بفرض وجود تغير في معامل متغير دالة الهدف(X_2) هي: $C_2 = 10 + \Delta$ تصبح تبعا لذلك قيمة دالة الهدف:

$Max\ Z = (20+\Delta)X_1 + 10X_2$ ، و في هذه الحالة لنا بحاجة إلى حل البرنامج الخطي من جديد، حيث ننطلق من الجدول الأمثل* السابق:

V d B		20+Δ X_1	10 X_2	0 S_1	0 S_2	b_i
20+Δ	X_1	1	4/5	1/5	0	24/5
0	S_2	0	17/5	-2/5	1	17/5
Z_j		20+Δ	16+4/5Δ	(20+Δ)/5	0	**Z= 96**+(24/5 Δ)
Δ_j		0	-6- (4/5Δ)	-(20+Δ)/5	0	

من خلال شرط الأمثلية $\Delta_j \le 0$ فإن:

$$\begin{cases} -6-\frac{4}{5}\Delta \le 0 \Rightarrow \Delta \ge -\frac{15}{2} \\ -(\Delta+20)/5 \le 0 \Rightarrow \Delta \ge -20 \end{cases} \Rightarrow \Delta \ge -\frac{15}{2}$$

أي أن الحل الأمثل يبقى أمثلياً إذا كان:

$-\frac{15}{2} \le \Delta \le +\infty$ و بالتالي: $-\frac{15}{2} \le C_1 \le +\infty$، أما قيمة دالة الهدف فتعتمد على قيمة التغير Δ.

$$X_1^* = 4.8, X_2^* = 0, S_1 = 0, S_2 = 3.4, Z^* = \mathbf{96} + (24/5\Delta)$$

4.تأثير تغيير كمية الموارد المتاحة(الجانب الأيمن) في قيود البرنامج:

حسب المثال السابق فإن قيم الطرف الأيمن كانت على التوالي: $b_1 = 24, b_2 = 13$، و السؤال الذي يطرح هو ما أثر تغير قيمة b_1 و b_2 بحيث يحافظ الحل الأمثل على أمثليته، فلو نفرض في البداية أن التغير في قيمة b_1، أي: $b_1 = 24 + \Delta$ يصبح تبعا لذلك البرنامج الخطي كالتالي:

$$Max\ W = 20X_1 + 10X_2$$
$$s/c \begin{cases} 5X_1 + 4X_2 \le 24 + \Delta \\ 2X_1 + 5X_2 \le 13 \\ X_1, X_2 \ge 0 \end{cases}$$

فيصبح الجدول الأولي عل الشكل التالي:

V d B		20 X_1	10 X_2	0 S_1	0 S_2	b_i
0	S_1	5	4	1	0	Δ +24
0	S_2	2	5	0	1	13
Z_j		0	0	0	0	**Z= 0**
Δ_j		20	10	0	0	

فيمكن اعتماد الجدول التالي لتحديد معاملات العمود Δ :

V d B		20 X_1	10 X_2	0 S_1	0 S_2	$b_i+\Delta$
0	S_1	5	4	1	0	24+1
0	S_2	2	5	0	1	13+0

من خلال العمود Δ نلاحظ أن معاملاته هي نفس معاملات العمودS_1 ،فتصبح العمليات نفسها على مستوى العمودين و بالتالي يكون في الجدول النهائي العمودين Δ و S1 متماثلان. و عليه يكون الجدول الأمثل كالتالي:

V d B		20 X_1	10+Δ X_2	0 S_1	0 S_2	b_i
20	X_1	1	4/5	1/5	0	(24+Δ)/5
0	S_2	0	17/5	-2/5	1	(17-2Δ)/5
Z_j		20	16	4	0	**Z= 96+4Δ**
Δ_j		0	-6+Δ	- 4	0	

و يبقى السؤال هو البحث عن القيم الممكنة لـ Δ أي بعبارى أخرى b_1 حتى يبقى الحل أمثلياً. و من خلال شرط عدم السلبية لكي يكون الحل ممكناً يجب أن تكون $X_1, S_2 \geq 0$ أي:

$$\begin{cases} \frac{24}{5}+\frac{\Delta}{5} \geq 0 \Rightarrow \Delta \geq -24 \\ \frac{17}{5}-\frac{2\Delta}{5} \geq 0 \Rightarrow \Delta \leq 17/2 \end{cases} \Rightarrow -24 \leq \Delta \leq 17/2$$

و بالتالي: $0 \leq b_1 \leq 32.50$

فمثلا لو كانت Δ=5 أي أن b_1= 29، فإن المتغيرات الأساسية عند نقطة الحل الأمثل تبقى في القاعدة، و لكن قيمها فقط تتغير لتصبح :

$$\begin{cases} X_1^* = \frac{24}{5} + \frac{1}{5}(5) = 5.8, X_2^* = 0 \\ S_2^* = \frac{17}{5} - \frac{2}{5}(5) = 1.4, S_1^* = 0 \\ Z^* = 96 + 4(5) = 116 \end{cases}$$

أمثلة مقترحة:

1.ليكن البرنامج الخطي التالي:

$$Max\ Z = 5X_1 + 2X_2 + 3X_3$$
$$s/c \begin{cases} X_1 + 5X_2 + 2X_3 \le b_1 \\ X_1 - 5X_2 - 6X_3 \le b_2 \\ X_1, X_2, X_3 \ge 0 \end{cases}$$

حيث تمثل b_2, b_1 ثوابت، حيث أنه من أجل قيم محددة لـ: b_2, b_1 نحصل على الجدول الأمثل التالي:

V d B		X_1	X_2	X_3	S_1	S_2	b_i
	X_1	5	b	2	1	0	30
	S_2	2	c	-8	0	1	10
Z_j							**Z= 150**
Δ_j		0	a	7	7	0	

1.أوجد قيم b2, b1 التي تسمح بالحصول على الحل الأمثل؟

2.الحل الأمثل للبرنامج المقابل؟

3. أوجد قيم :c,b,a عند الحل الأمثل؟

الفصل الرابع:

نمـــاذج النقل

تمهيد:

يعد النقل من الفعاليات الاقتصادية الهامة التي تقوم بها المؤسسة، فهي مكملة للعملية الانتاجية و تهدف إلى خدمتها عن طريق تحديد المكان الأقرب لوضول السلعة، و من صمة تقليل الوقت إلى أقل ما يمكن من اجل تخفيض التكاليف الكلية للنقل،لذا فإنه من المتوقع ان تبذل الإدارة قصارى جهدها من أجل إيجاد أفضل الطرق لتقليص تكاليف النقل، إذا تظهر النتائج في سعر المنتج و تؤثر في الأخير على المستهلك النهائي.

لقد أصبح من الضروري أن تخضع عملية النقل إلى تخطيط علمي للسيطرة على تكاليف النقل المتزايدة مع المحافظة على تلبية الطلب بأسرع مما يمكن و أفضل وسيلة ممكنة و بأقل التكاليف، إذا ينبغي على الإدارة الناجحة تبني سياسة تقديم الخدمة إلى المستهلك الأخير بأعلى جودة و أقل تكلفة(High Quality and Low Cost).

تتمثل مشاكل النقل أساساً في حالة تعدد المصادر(Sources) و أماكن الاستخدام(Destinations)المطلوب النقل إليها، إذ تتعدد وسائل الوصول إلى أماكن الاستخدام مخ اختلاف وسائل النقل، و كلما زادت و تنوعت هذه الأماكن و المراكز تعقدت المشكلة، و من ثمة صعوبة تقييم مدى التحقق من تحقيق الهدف المراد، و هو أدنى تكلفة للنقل.

1.شــروط طــرق النــقل:

هناك عدد من الشروط الواجب توافرها عند استخدام طرق النقل و هي:

1.ضرورة وضوح الأهداف لدى الإدارة،أي دالة الهدف و التي تعبر غالباً عن أدنى التكاليف.

2.محدودية الموارد المستخدمة.

3.ارتباط متغيرات المشكلة بعلاقات خطية.

4.وجود طرق بديلة لمزج الموارد وصولاً للهدف، إذ أن لكل طريقة أو بديل عائد مختلف عن غيره.

5. شرط عدم السلبية بالنسبة للمتغيرات(الكميات المنقولة)، أما التكاليف الوحدوية فتكون معلومة.

2. الشكل العام لنموذج النقل(The General Structure of The Transportation Model):

يمكن توضيح الصيغة العامة لمشاكل النقل من خلال المثال التالي:

يرغب مدير مصنع في شحن كمية معينة من منتج ما من 03 مصانع تقع في أماكن مختلفة من العاصمة إلى 04 من المخازن في مواقع مختلفة كذلك، علماً ان كل مخزن يتسع إلى عدد محدد من ذلك المنتج، و لتكن:

b_j: العدد الكلي من الوحدات المطلوبة(الطلب)،حيث $j=1,2,\ldots,n$

a_i:العدد الكلي من المنتج المجهز من المصانع(العرض)، حيث $i=1,2,\ldots,m$

C_{ij}: التكلفة الوحدوية لوحدة من المنتج من المصنع(i) إلى المخزن(j)

X_{ij}: الكمية المشحونة من المنتج من المصنع(i) إلى المخزن(j)

و يكون الهدف هو تحديد القيم المثلى للكميات(X_{ij}) التي تسمح بتخفيض التكاليف الكلية للنقل.

يمكن التعبير عن هذه المشكلة حسب الجدول التالي:

الجدول رقم(05): الصيغة العامة لنموذج النقل

إلى/من	المصنع01	المصنع02	المصنع03	المصنع04	العرض
المخزن01	x_{11} C_{11}	x_{12} C_{12}	x_{13} C_{13}	x_{14} C_{14}	a_1
المخزن 02	x_{21} C_{21}	x_{22} C_{22}	x_{23} C_{23}	x_{24} C_{24}	a_2
المخزن03	x_{31} C_{31}	x_{32} C_{32}	x_{33} C_{33}	x_{34} C_{34}	a_3
الطلب	b_1	b_2	b_3	b_4	المجموع

من خلال الجدول يتضح بأن الكمية المشحونة من المصنع(i) إلى المخزن(j) هي (X_{ij})، و أن الكمية الاجمالية من المصنع(i) إلى واحد أو أكثر من المخازن هي:a_i ، بحيث $a_i \geq 0$ ، و إجمالي السلعة المستلمة من المخزن(j) هي: b_j، بحيث: $b_j \geq 0$ و في حالة تساوي الكمية المشحونة من قبل كل المصانع مع الكميات المستلمة من كل المصانع فيجب تحقق الشرط: $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$ و يمكننا أيضا التعبير عن نموذج النقل بالبرنامج الخطي التالي:

$$Min\, Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}.X_{ij}$$

$$s/c \begin{cases} \sum_{i=1}^{m} X_{ij} = a_i \\ \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = b_j \\ X_{ij} \geq 0 \end{cases}$$

3.طـرق إيجاد الحل الأساسي لمشكل النقل:

إن أكثر الطرق استخداما في التوصل إى الحل الأساسي لمشاكل النقل هي:

- طريقة الزاوية الشمالية الغربية(The North-West Corner Method).
- طريقة التكلفة الدنيا(The Least Cost Method).
- طريقة فوجل التقريبية(The VAM).

1. طريقة الزاوية الشمالية الغربية(The North-Wesr Corner Method)

تعتبر من بين أسهل الطرق جميعاً، إلا أنها في غالب الأحيان لا تؤدي إلى الحل الأمثل للمشكلة، اما خطوات الطريقة فيمكن اختصارها في المراحل التالية:

- وضع مصفوفة النقل المتضمنة للعرض و الطلب و التكاليف الوحدوية و الكميات المراد نقلها.
- تساوي العرض و الطلب.
- تبدء عملية التوزيع من الخلية الواقعة في الزاوية الشمالية الغربية من مصفوفة النقل، بغض النظر عن التكلفة الوحدوية للنقل، بالإضافة إلى وجود كميات من العرض في مركز التوزيع متاحة أثناء عملية التوزيعو إلا ننتقل إلى الخلية التالية.
- يلاحظ من خلال هذه الطريقة، أن عملية تحديد الخلية التي سوف تغطى احتياجاتها تعتمد على الموقع لا التكلفة المتضمنة فيها.

مثال:

تمتلك شركة لصناعة الملابس ثلاث مخازن في المواقع التالية: C,B,A على التوالي.يتم الحصول على منتجات الشركة من خلال سوقينM_2,M_1، حيث أن طاقات المخازن المتاحة على التوالي:60،40،70 وحدة، و الطلبات في كلا السوقين على التوالي:105،65 وحدة.

-التكلفة الوحدوية للنقل من المخزن الأول إلى السوقين على التوالي:4،2 دينار.

- التكلفة الوحدوية للنقل من المخزن الثاني إلى السوقين على التوالي:7،5 دينار.

-التكلفة الوحدوية للنقل من المخزن الثالث إلى السوقين على التوالي:3،10 دينار.

المطلوب:-إيجاد الحل الأساسي باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية؟مع حساب التكاليف الكلية للنقل؟

الحل:

قبل القيام بعملية التوزيع نلاحظ أن: $\sum_{i=1}^{m} a_i = \sum_{j=1}^{n} b_j$

70+40+60=65+105(العرض= الطلب)

-إعداد مصفوفة النقل كالتالي:

إلى/من	M_1	M_2	العرض
A	60 | 4	| 2	60
B	40 | 7	| 5	40
C	5 | 3	65 | 10	70
الطلب	105	65	170 / 170

نقوم بتوزيع الطلب على السوقين من خلال المخازن الثلاث، و ذلك ابتداء من الخلية الواقعة في الزاوية الشمالية الغربية أي الخلية التي تقع في السطر الأول و العمود الأول حيث التكلفة مساوية لـ(04د)، و هنا يتضح أن الختيار يكون بالاعتماد على موقع الخلية لا تكلفتها، لوجود خلايا تحتوي على تكاليف وحدوية

أقل. و يتم الانتقال من الأسطر إلى الأعمدة إلى آخر خلية يتم اشباعها باستنفاذ جميع الكميات المتاحة.و الجول التالي يمثل الجدول النهائي للنقل:

الجدول رقم(07): الجدول النهائي للنقل باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية

إلى/من	M_1	M_2	العرض
A	60 4	2	60 0
B	40 7	5	40 0
C	5 3	65 10	70 65 0
الطلب	105 45 5 0	65 0	170 / 170

يلاحظ من جدول النقل أنه تم تلبية جميع طلبات السوقين باستنفاذ جميع الكميات المتاحة.أما تكلفة النقل الكلية:

$$CT_{NWC} = (60\times 4)+(40\times 7)+(5\times 3)+(65\times 10) = 1185DZ$$

2.طريقة التكلفة الدنيا(The Least Cost Method):

تعتبر طريقى التكلفة الدنيا أفضل من سابقتها، حيث يراعى فيها تكلفة الخلية الأدنى التي يتم اشباعها وصولا إلى حل أساسي أقرب إلى الحل الأمثل و يتم ذلك حسب الخطوات التالية:

-وضع مصفوفة النقل المتضمنة للعرض و الطلب و التكاليف الوحدوية و الكميات المراد نقلها.

-تساوي العرض و الطلب.

-اختيار الخلية المتصمنة لأقل تكلفة في المصفوفة، حيث نبدء من خلالها عملية التوزيع، ثم الخلية التي تليها بنفس الطريقة إلى غاية تلبية جميع الطلبات من الطاقات المتاحة.

مثال: ناخذ نفس المثال السابق، حيث المطلوب إيجاد حل لمشكلة النقل باستخدام طريقة التكلفة الدنيا مع حساب تكاليف النقل الكلية؟

الجدول التالي يمثل الجدول النهائي بعد القيام بعملية التوزيع، و ذلك انطلاقا من الخلية التي تحمل أقل تكلفة(2 د) حيث أقصى طاقة متوفرة(60 وحدة) مقابل طلب السوقM_2 (65 وحدة)، و الذي يمكن امداده بـ: 60 وحدة، فيصبح بذلك رصيد المخزن A مساو للصفر مقابل تبقي 05 وحدات غير مشبعة لـM_2 ، ثم تستمر عملية التوزيع إلى الخلية الموالية(3د) ثم التي تليها.فنتحصل على الجدول النهائي للنقل التالي:

جدول رقم(08): الجدول النهائي للنقل باستخدام طريقة التكلفة الدنيا

إلى/من	M_1	M_2	العرض
A	4	60 2	~~60~~ 0
B	35 7	5 5	~~40~~ ~~35~~ 0
C	70 3	65 10	~~70~~ 0
الطلب	~~105~~ ~~35~~ 0	~~65~~ ~~5~~ 0	170 / 170

يلاحظ من جدول النقل أنه تم تلبية جميع طلبات السوقين باستنفاذ جميع الكميات المتاحة.أما تكلفة النقل الكلية: $CT_{LC} = (60\times 2)+(5\times 5)+(35\times 7)+(70\times 3) = 600 DZ \prec CT_{NWC}$

3.طريقة فوجل التقريبية(The VAM):

تسمى بطريقة التكلفة البديلة(Opportunity Cost Method). و يتم استخدامها هذه الطريقة م خلال حساب الفروقات بين أقل تكلفتين في الأسطر و الأعمدة، و يمكن تلخيصها في المراحل التالية:

-وضع مصفوفة النقل المتضمنة للعرض و الطلب و التكاليف الوحدوية و الكميات المراد نقلها.

-تساوي العرض و الطلب.

-استخراج التكلفة الفرصية(الفرق) بين أقل تكلفتين في كل سطر و في كل عمود، مع عدم اعتبار السطر و العمود الوهمي عند حساب الفروقات.

-اختيار أعلى فرق في الأسطر و الأعمدة.

-مقابل أعلى فرق نختار الخلية الحاملة لأقل تكلفة، نقوم بداية منها بإشباع الطلبات من العرض المتوفر.

-إلغاء السطر أو العمود الذي ينعدم في العرض أو الطلب بعد كل عملية توزيع.

-تكرار الخطوات السابقة، ابتداء من الخطوة الثالثة، إلى أن يتم اشباع كافة الطلبات من العرض المتوفر.أي يكون العرض و الطلب بقيم صفرية.

مثال: ناخذ نفس المثال السابق، حيث المطلوب إيجاد حل لمشكلة النقل باستخدام طريقة فوجل التقريبية مع حساب تكاليف النقل الكلية؟

-من خلال الجدول يتضح أن العرض مساوي للطلب.

-استخراج الفرق الأول بين الأسطر و الأعمدة، حيث نلاحظ ان الفرق في السطر الأول(A) هو 2د، و في السطر الثاني(B) هو 2د، اما السطر الثالث فيمثل الفرق ما بين 10د و 3د أي الفرق مساوي لـ7د. نفس العملية نقوم بها بالنسبة للأعمدة.

-نختار أعلى فرق ما بين الأسطر و الأعمدة و في هذه الحالة نختار الفرق7، ثم نختار أقل تكلفة مقابلة و هي 3د نقوم من خلالها بعملية التوزيع،فيصبح رصيد المخزن(C) صفر لذلك نقوم بإلغاءه من عملية التوزيع(حسب الجدول: الخط الأفقي المتقطع المار من المخزن(C))، و نستمر في احتساب الفروق باستثناء الأسطر و الأعمدة الملغاة من عملية التوزيع لنحصل في الأخير على جدول التوزيع النهائي.

الجدول النهائي للنقل باستخدام طريقة فوجل التقريبية

إلى/من	M_1	M_2	العرض	الفرق (01)	الفرق (02)	الفرق (03)
A	60 [4]	[2]	60 / 0	2	2	
B	40 [7]	[5]	40	2	2	
C	5 [3]	65 [10]	70 / 0	(7)		
الطلب	105 / 35 / 0	65 / 5	170 / 170			
الفرق (01)	[1]	[3]				
الفرق(02)	[3]	(3)				
الفرق(03)	(7)	[5]				

حساب التكلفة الكلية للنقل:

$$CT_{VAM} = (60\times 2)+(5\times 5)+(35\times 7)+(70\times 3) = 600DZ = CT_{LC} \prec CT_{NWC}$$

يلاحظ من خلال حل مشكلة النقل بالطرق الثلاث السابق ذكرها، أن التكلفة الكلية للنقل باستخدام طريقة الزاوية الشمالية الغربية أكبر منها بالنسبة للطريقتين، في حين تساوت التكلفة الكلية للنقل لكلا من طريقة التكلفة الدنيا و فوجل التقريبية. كما ينبغي التأكد من أمثلية الحل الأولي(الأساسي)، و يتم ذلك وفق طريقتين: طريقة التخطي و طريقة التوزيع المعدل.

4.طرق التأكد من أمثلية الحل:

توجد طريقتان للتأكد من امثلية الحل:

1.طريقة التخطي(The Stepping Stone Method) :

تتلخص اهم مراحل هذه الطريقة في التحقق من أمثلية الحل(أقل تكلفة للنقل) في الآتي:

أ–التأكد من ان عدد الخلايا المملؤة في جدول الحل النهائي مساوية ل عدد(الأسطر+الأعمدة–1)حسب العلاقة:

عدد الخلايا المملؤة=m+n-1

m:عدد الأسطر

n:عدد الأعمدة

و يتعذر الوصول إلى الحل الأمثل في حالة عدد تحقق الشرط السابق، و يرجع ذلك لعد وجود امكانية تشكيل مسار مغلق(Closed Path)، و هنا لا بد من إجراء خطوة لتعديل الفرق بين عدد الخلايا المملؤة و الفارغة في الجدول النهائي، و بين ما يفترض أن يملئ من هذه الخلايا عن طريق اضافة كمية افتراضية صغيرة جداً(Epslon) إلى خلية أو أكثر من الخلايا الفارغة في جدول الحل النهائي، و تضاف إلى الخلية التي تحمل أقل تكلفة بحيث لا تؤثر على مجموع تكاليف النقل.

ب–رسم مسار مغلق ابتداء من خلية فارغة بخطوط عمودية و أفقية مع العودة إلى نفس الخلية حسب الشكل التالي:

$\alpha+$	$-\beta$
$\delta-$	$+$

حيث يحتوي المسار المغلق على خلية فارغة واحدة.

ج–مرور خط السير بخلايا مملؤة لنقل وحدات من تلك الخلايا إلى الخلية الفارغة التي يتم اشباعها.

د–حساب قيمة الخلية المختبرة، فإذا كانت هذه القيمة سالبة، دل ذلك على أنها تسهم في تخفيض التكاليف، و يتم التوضل إلى الحل الأمثل إذا كانت جميع اختبارات الخلايا الفارغة موجبة أو صفرية.

هـ–عند وجود خلايا تكون نتيجة اختبارها سالبة، يتم تتبع مسارها و اختيار الخلية التي تسمح بتقليل أكبر للتكاليف أو تستخدم في النقل بأقل عدد ممكن من الوحدات الموجودة في الخلايا السالبة ضمن المسار، بحيث يبقى التوزيع في حدود الاحتياجات و الموارد المتاحة.

و–تكرار الخطوات السابقة من خلال نقل الكميات بين الخلايا و اختبار الخلايا الفارغة بنفس الطريقة حت الوصول إلى الحل الأمثل.

تطبيقات لنماذج النقل و التخصيص

تمهـــــــــــــــــــــــــــــــيد:

يعتبر نموذج النقل من أهم نماذج البرمجة الخطية في المؤسسات الصناعية ، إذ يعتبر مكملا للعملية الإنتاجية بهدف إمدادها لما تحتاج إليه من مستلزمات الإنتاج في الوقت والمكان المحددين.

يبحث هذا النموذج نقل سلعة ما من عدد من المصادر المتمثلة بمراكز عرض (مراكز تجهيز المواد الأولية للمؤسسات) إلى مواقع مختلفة المتمثلة بمراكز الطلب المؤسسات الصناعية بأقل التكاليف أو أقل زمن ممكن شرط أن يكون التجهيز عند كل مصدر والطلب عند كل موقع وكلفة نقل الوحدة الواحدة أو الزمن المستغرق لنقل الوحدات من كل مصدر إلى كل موقع معلومة ومحددة.

نموذج النقلTransportation Model:

تعود الجذور التاريخية لنموذج النقل إلى عام 1941 عندما قدم هيتشكوك دراسته بعنوان "توزيع الإنتاج من عدة مصادر إلى مواقع مختلفة " وفي عام 1947 قدم كوبمانس دراسته بعنوان " الاستخدام الأمثل لمنظومة النقل" التي طورت من قبل دانتزك عام 1963 ، وفي عام 1951درس دانتزك و آخرون طريقة التوزيع المعدل *ModifyDistribution method (MODI)* للحصول على الحل الأمثل .أما طريقة المسار المتعرج *Stepping Stone* فقد أقترحت من قبل شارنس و كوبر في عام 1954. وفي عام1955 توصل كوهن إلى حل مشكلة تخصيص المهام *Assignment problem* وهي حالة خاصة من مشكلة النقل وطورها كلٍ من فورد و فولكرسن في عام 1957 ، أما طريقة تقريب فوجل في *R.A.M.* فقد اقترحت من قبل فوجل عام 1958 ، وطريقة*V.A.M* فقد اقترحت من قبل روسيل عام1968.

1.1.مشكلة النقل بأقل تكلفة*The least cost transportation problem* :

بافتراض m من المصادر و وجود n من المواقع و أن:

S_i تمثل عدد الوحدات المعروضة عند المصدر i

D_j تمثل عدد الوحدات المطلوبة عند الموقع j .

C_{ij} تمثل كلفة نقل الوحدة الواحدة عند المسار (i , j) الذي يربط المصدر i بالموقع

X_{ij} تمثل عدد الوحدات المنقولة من المصدر i إلى الموقع j .

بحيث تكون كلفة j إلى الموقع i لذا فالهدف الرئيسي هو تحديد عدد الوحدات المنقولة من المصدر النقل الإجمالية أقل ما يمكن و بافتراض إن التكلفة خطية ، فنموذج البرمجة الخطية لمشكلة النقل يكون:

$$min. \quad Z = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} C_{ij}X_{ij}$$

$$s.t. \quad \sum_{j=1}^{n} X_{ij} = a_i$$

$$\sum_{i=1}^{m} X_{ij} = b_j$$

$$X_{ij} \geq 0$$

في بعض الأحيان ، قد يكون مجموع العرض عند المصادر ومجموع الطلب عند المواقع غير متساويين . ففي هذه الحالة فالنموذج يكون غير متزن *unbalanced* ولتحقيق الاتزان نتبع:

1-إذا كان الطلب أكبر من العرض نضيف مصدر وهمي بحيث يجهز كمية النقص البالغة $\sum_j b_j - \sum_i a_i$

2-إذا كان الطلب أصغر من العرض نضيف موقع وهمي لامتصاص الكمية الفائضة والبالغة $\sum_i a_i - \sum_j b_j$

وإن كلفة نقل الوحدة الواحدة من هذه المصادر او لهذه المواقع الوهمية تكون مساوية للصفر أما الخطوات الرئيسية المتبعة في حل نموذج النقل بأقل كلفة تكون.

1-نحدد الحل الابتدائي الأساسي المقبول*S.B.F.S* .

2-نحدد المتغير الداخل من بين المتغيرات غيرالأساسية ، فإذا كانت كل المتغيرات تحقق شرط المثالية نتوقف ، وبعكسه نذهب للخطوة التالية.

3-نحدد المتغير الخارج (باستخدام شرط المقبولية) من بين متغيرات الحل الأساسي الحالي ثم نجد الحل الأساسي الجديد ونعود للخطوة السابقة.

2.1..طرق إيجاد الحل الابتدائي الأساسي المقبول*S.B.F.S* : التي تعطينا حلاً للانطلاق منه للوصول إلى الحل الأمثل ، وهي:

طريقة الزاوية الشمالية الغربية** ***Northwest corner method **: تعتبر هذه الطريقة من أبسط** الطرق إذا تبدأ بتعيين أعلى كمية مسموح بها من بين العرض و الطلب للمتغير X_{11}(في أقصى الركن الشمالي الغربي من الجدول) أي أن($X_{11}=min.(a1 , b_1)$ ثم نستبعد العمود المتحقق ومن ثم نساوي المتغيرات المتبقية للعمود المستبعد بالصفر ، بعد تعديل كميات العرض والطلب لكل الصفوف والأعمدة غير المستبعدة نعين الخلية المقبولة العظمى للعنصر الأول غير المستبعد في العمود الجديد وتكتمل هذه العملية عندما يكون بالضبط صف واحد أو عمود واحد غير مستبعد

طريقة الأقل تكلفة** ***Least cost **method** *: تكون أفضل من الطريقة السابقة لأنها تأخذ بنظر الاعتبار التكاليف ، أما الأسلوب المتبع في هذه الطريقة هو أن تحدد الكمية المتاحة للمتغير الأقل كلفة للوحدة الواحدة ونستبعد العمود المتحقق بعدئذٍ نعدل العرض والطلب لكل العناصر غير المستبعدة، و نكرر العملية بتحديد الكمية المتاحة للمتغير الأقل كلفة للوحدة الواحدة غير المستبعدة و نستمر بالحل حتى يتبقى لدينا صف واحد غير مستبعد.

***طريقة فوجل التقريبية**(*Vogel's Approximation Method (V.A.M.*

تعتبر من أفضل الطرق لأنها تعطينا حلا أقرب إلى الأمثلية لاستخدامها طريقة الجزاء(penality method) و هي موضحة في الخطوات التالية:

أ -نقدر كلفة الجزاء لكل عمود ولكل صف بطرح قيمة أقل كلفتين متتاليتين من نفس الصف أو العمود.

ب -نحدد الصف أو العمود الذي له أكبر كلفة جزاء ونخصص الكمية المتاحة للمتغير الأقل كلفة في الصف أو العمود المختار ثم نعدل العرض والطلب بعد حذف الصف المتحقق.

ج -1. إذا بقي لدينا صف واحد فقط غير محذوف نحدد المتغيرات الأساسية في الصف بطريقة الأقل كلفة.

2. إذا كانت كل الصفوف والأعمدة غير المحذوفة لها عرض وطلب صفر ستحدد المتغيرات الأساسية الصفرية بطريقة الأقل تكلفة

3. و بعكسه، نعيد احتساب كلفة الجزاء للصفوف والأعم د ة غير المحذوفة ثم نعود للخطوة (ب)(مع ملاحظة إن الصفوف والأعمدة التي عرضها وطلبها صفر لا تحتسب كلف جزائهم).

مع ملاحظة إنه إذا تساوت أكبر كلف الجزاء نختار من بينهم الصف) العمود (الذي فيه أقل كلفة نقل وإذا تساوت أقل كلف نقل أيضًا نختار من بينهم الصف الذي ينقل أكبر كمية وإذا ما تساوت أكبر كمية نقل نختار الصف بشكل عشوائي.

***طريقة روسيل التقريبية** (R.A.M.) Russel's Approximation Method* **:**

تعتبر هذه الطريقة أفضل من سابقاتها لأنها تعطينا حل ابتدائي أقرب للحل الأمثل خصوصًا للمصفوفات الكبيرة وخطواتها هي:

أ- تحديد أعلى تكلفة نقل لكل صف(نرمز لها بـ: $\overline{a_i}$)، و لكل عمود و(نرمز لها بـ: $\overline{b_j}$

ب-نشكل مصفوفة جديدة هي: $\Delta_{ij} = C_{ij} - \overline{a_i} - \overline{b_j}$

ج-نحدد الخلية التي لها أصغر كلفة نقل Δ_{ij} ، و نعطي لمتغيرها أكبر كمية ممكنة و التي تساوي $min.(a_i , b_j)$

د -بحذف الصف المتحقق وتغيير كمية تجهيز الصف أو طلب العمود الذي تقع فيه الخلية إلى مقدار الفرق بين كميتي التجهيز والطلب المقابلة لهما.

ه .1 -إذا بقي صف واحد نعطي الصف المتبقي كميات الطلب و التجهيز المتبقي.

2. إذا بقي أكثر من صف واحد نعود للخطوة أ.
ملاحظة عامة : لكل الطرق السابقة إذا تحقق عمود وصف معًا نحذف أحدهما فقط ونصفر الآخر ، وهذا يضمن تعيين قيم صفرية للمتغيرات الأساسية.

3. طرق الوصول للحل الأمثل ***Optimal Solution*** :

تستخدم لاختبار ولتحسين الحل الأولي *S.B.F.S.* وصولا للحل الأمثل ، بعد تحقق الشرط الأساسي : عدد الخلايا الأساسية يساوي *m+n-1*
عدد الصفوف *m* . تمثل *n* عدد الأعمدة ومن هذه الطرق:

*طريقة المسار المتعرج *Stepping Stone method* :

لتحديد المتغيرات الداخلة والخارجة ،نحدد حلقة مغلقة لكل متغير غير أساسي تبدأ وتنتهي الحلقة عند ه . تتكون هذه الحلقة من مستقيمات أفقية وعمودية متتابعة على شكل أجزاء نهاية تقاطعها يجب أن تكون متغيرات أساسية باستثناء البداية والنهاية تكون عند متغير غير أساسي ، أي إن عنصر كل ركن من أركان الحلقة يجب أن يكون مربع يحتوي على متغير أساسي ، لايختلف الحل فيما إذ ا كان مسار الحلقة باتجاه عقرب الساعة أم بعكسه ، ومن الملاحظ إنه في الحل الأساسي فلكل متغير غير أساسي حلقة وحيدة.

تستخدم هذه الحلقات للتأكد فيما إذا كانت قيمة دالة الهدف س تتحسن عندما تزداد قيمة المتغير غير الأساسي أكثر من قيمته الصفرية الحالية بمقدار وحدة واحدة وللحفاظ على الحل المقبول نطرح ونضيف لعناصر أركان الحلقة بالتناوب وحدة واحدة بحيث نحافظ على تحقق قيود العرض نتيجة زيادة وحدة واحدة من C_{ij} والطلب وعندئذٍ نحسب صافي الزيادة أو النقصان في الكلفة موجبة فهذا يعني إنها ستزيد من كلفة النقل وإذا *Cij* كمية هذا المتغير غير الأساسي . فإذا كانت كانت سالبة فمعنى ذلك إنها ستخفض كلفة النقل ، وفي هذه الحالة سنختار المتغير الداخل الذي له اكبر قيمة سالبة) شرط المثالية في الطريقة المبسطة . (أما المتغير الخارج فنختاره من بين متغيرات أركان الحلقة التي ستأخذ الإشارة السالبة) المتغيرات التي تتناقص نتيجة زيادة المتغير غير الأساسي (والذي له أقل قيمة لأن قيمته ستصل الصفر وأي تناقص آخر سيؤدي به إلى السالب) شرط المقبولية في الطريقة المبسطة (، ثم نعطي قيمة المتغير الخارج للمتغير الداخل ونحتسب الكلفة الأخيرة ونعيد الكرة مرة أخرى حتى نحصل على الحل **الأمثل.**

***طريقة المضاعفات*Multipliers method :**

وتسمى هذه الطريقة بطريقة التوزيع المعدل *Modified Distribution method (MODI)*
وخطوات هذه الطريقة هي نفسها خطوات الطريقة السابقة لكن الاختلاف الرئيسي بينهما يتعلق بالطريقة التي تقدر خلايا المتغير الأساسي. وتستند هذه الطريقة على النظرية البديلة *Duality theory.*

يشترك مع كل صف *i* في جدول النقل المضاعف U_i ومع كل عمود *Vj* المضاعف وتكتب المعادلة لكل متغير أساسي X_{ij} في الحل الحالي:

$$U_i+V_j=C_{ij}$$

فيتشكل لنا (m+n-1) من المعادلات لوجود (m+n-1) من المتغيرات الأساسية لها m+n من المجاهيل.ومن ثم نحل المعادلات التي سيكون عددها مساوي لعدد =U1) المضاعفات) عادةً نفترض0 و يمكننا تقدير قيم المضاعفات من هذه المعادلات بافتراض قيمة عشوائية لأحد المضاعفات(عادة نفترض U1=0) و من ثمة نقوم بحل المعادلات التي يكون عددها مساو لعدد مجاهيلها بعدها نقدر التكلفة الجديدة C_{pq} لكل متغير غي أساسي X_{pq} فيكون:

$$C_{pq} = C_{pq} - (U_p+V_q)$$

فهذه القيم هي نفس القيم التي حصلنا عليها من الطريقة السابقة بغض النظر عن الاختيار العشوائي لأحد المضاعفات . لذا نختار المتغير الداخل بحيث يكون أكبر قيمة سالبة إلى C_{pq}

)شرط المثالية في الطريقة المبسطة (وبإستخدام الحلقة المغلقة للمتغير الداخل كما وضحت سابقًا ونحدد المتغير الخارج الذي له أقل كلفة للخلايا التي تأخذ الإشارة السالبة في الحلقة) شرط المقبولية في الطريقة المبسطة.

مثال01: لدينا الخزانات الثلاث على التوالي:S_1،S_2،S_3 يمكنها ضخ 15 ، 20 و 25 مليون لتر ماء صافي يوميًا تمد الأربعة : C_1 , C_2 , C_3 C_4 و احتياجاتها10،12،15،8مليون لتر ماء صافي يوميًا . المطلوب التوصل إلى ترتيب نقل الماء الصافي بين الخزانات الثلاثة والمدن الأربعة بأقل التكاليف الكلية للنقل (بفرض إن تخزين الماء الفائض عن الحاجة لا يسبب أية كلفة (استنادا لكلف النقل (لكل مليون لتر)المبينة في الجدول أدناه:

	C_1	C_2	C_3	C_4
S_1	2	3	4	5
S_2	3	2	5	2
S_3	4	1	2	3

الحل: بسبب عدم التوازن لأن مجموع كميات *الضخ**(15+20+25=60)*** أكبر من مجموع كميات الطلب(15+12+10+8=45) لذا نضيف مدينة وهمية C5 تكون تكلفة نقل الماء الصافي إليها و كمية تجهيزها(60-45=15)مليون لتر ماء صافي.

1.إيجاد الحل الأولي- *S.B.F.S.* – نستخدم إحدى الطرق الأربعة التالية:

أ-طريقة الزاوية الشمالية الغربية:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	*Supply*
S_1	2 **8**	3 **7**	4	5	0	**15**
S_2	3	2 **3**	5 **12**	2 **5**	0	**20**
S_3	4	1	2	3 **10**	0 **15**	**25**
Demand	**8**	**10**	**12**	**15**	**15**	**60**

و منه تكون التكلفة الكلية للنقل:**TC=2*8+3*7+2*3+5*12+2*5+3*10+0*15=173um**

ب- باستخدام طريقة الأقل تكلفة:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
S_1	2 **0**	3	4	5	0 **15**	15
S_2	3 **5**	2	5	2 **15**	0	20
S_3	4 **3**	1 **10**	2 **12**	3	0	25
Demand	8	10	12	15	15	60

و منه تكون التكلفة الكلية للنقل:TC=2*0+0*15+3*5+2*15+4*3+1*10+2*12=91um

ج-باستخدام طريقة VAM:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply	P.C.
S_1	2 **0**	3	4	5	0 **15**	15	2 1 1 3
S_2	3 **5**	2	5	2 **15**	0	20	2 0 0 1 1
S_3	4 **3**	1 **10**	2 **12**	3	0	25	1 1 2 1 1
Demand	8	10	12	15	15	60	
P.C.	1 1 1 1 1	1 1 1	2 2 2	1 1 1 1 1	0		

و تكون قيمة التكلفة الكلية للنقل مساو لـ:**91um**

د- باستخدام طريقة روسيل **RAM:**

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
S_1	2 **8**	3	4	5	0 **7**	15
S_2	3	2	5	2 **15**	0 **5**	20
S_3	4	1 **10**	2 **12**	3	0 **3**	25
Demand	8	10	12	15	15	60

الجدول النهائي لهذه الطريقة استخرج استنادا للجداول أدناه:

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5
S_1	-7	-5	-6	-5	-5
S_2	-6	-6	-5	-8	-5
S_3	-4	-6	-7	-6	-4

تملأ الخلية X_{24} و يحذف الموقع C_4 :

	C_1	C_2	C_3	C_5
S_1	-6	-4	-5	-4
S_2	-6	-6	-5	-5
S_3	-4	-6	-7	-4

تملأ الخلية X_{33} و يحذف الموقع C_3 :

	C_1	C_2	C_5
S_1	-5	-3	-3
S_2	-4	-4	-3
S_3	-4	-6	-4

تملأ الخلية X_{32} و يحذف الموقع C_2 :

	C_1	C_5
S_1	-4	-2
S_2	-4	-3
S_3	-4	-4

تملأ الخلية X_{35} و يحذف المصدر S_3 :

	C_1	C_5
S_1	-3	-2
S_2	-3	-3

تملأ الخلية X_{25} و يحذف المصدر S_2 لذا تعطى القيم المتبقية للخليتين الباقيتين X_{11}،X_{15} لبقاء صف واحد. و التكلفة الكلية للنقلTC=80um

ومما تقدم اعلاه ، نلاحظ إن الكلفة الإجمالية ل لنقل بإستخدام الطرق الأربعة كانت مختلفة وكالآتي:

الركن الشمالي الغربي (143) > الأقل كلفة (91) ≤ فوجل *VAM* (91) > روسيل *RAM* (80).

لذا فغالبًا طريقة روسيل هي الأفضل *RAM* تليها طريقة فوجل التقريبية *VAM*.

استنادا للحل الأولي *S.B.F.S* الذي حصلنا عليه بالطريقة الثالثة(بالرغم من أنه من الأفضل استخدام الطريقة الرابعة RAM لكونها أفضل الطرق ، ولكن بسبب استعراض طرق الحل الأمثل تم اختيار هذه الطريقة ، و لغرض الوصول إلى الحل الأمثل لا بد من استخدام إحدى الطريقتين التاليتين لاختبار وتحسين الحل وبعد تحقق الشرط الأساسي:

$$No.\ of\ basic\ cells = m+n-1 = 5+3-1=7$$

2.إيجاد الحل الأمثل(Optimal Solution): نستخدم إحدى الطريقتين:

أ -طريقة المسار المتعرج Stepping stone وكما تطرقنا سابقًا ، نجد المسارات المتعرجة لكل الخلايا غير الأساسية وكذلك صافي الزيادة في الكلفة C_{ij} لكل مسار.

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	*Supply*
S_1	2 **0**	3	4	5	0 **15**	**15**
S_2	3 **5**	2	5	2 **15**	0	**20**
S_3	4 **3**	1 **10**	2 **12**	3	0	**25**
Demand	**8**	**10**	**12**	**15**	**15**	**60**

$$X_{12} \to X_{32} \to X_{31} \to X_{11} \quad : \quad \overline{C}_{12} = 3-1+4-2 = 4$$
$$X_{13} \to X_{33} \to X_{31} \to X_{11} \quad : \quad \overline{C}_{13} = 4-2+4-2 = 4$$
$$X_{14} \to X_{24} \to X_{21} \to X_{11} \quad : \quad \overline{C}_{14} = 5-2+3-2 = 4$$
$$X_{22} \to X_{32} \to X_{31} \to X_{21} \quad : \quad \overline{C}_{22} = 2-1+4-3 = 2$$
$$X_{23} \to X_{33} \to X_{31} \to X_{21} \quad : \quad \overline{C}_{23} = 5-2+4-3 = 4$$
$$X_{25} \to X_{15} \to X_{11} \to X_{21} \quad : \quad \overline{C}_{25} = 0-0+2-3 = -1$$
$$X_{34} \to X_{23} \to X_{21} \to X_{31} \quad : \quad \overline{C}_{34} = 3-2+3-4 = 0$$
$$X_{35} \to X_{15} \to X_{11} \to X_{31} \quad : \quad \overline{C}_{35} = 0-0+2-4 = -2\ most\ \ negative$$

لكون القيمة الأكثر سالبية هي $\overline{C}_{35}$ لذا فالمتغير الداخل ***entering variable*** هو المتغير X_{35} . أما المتغير الخارج ***leaving variable*** فيتحدد من المسار المتعرج للمتغير الداخل : $X_{35}^{+} \to X_{15}^{-} \to X_{11}^{+} \to X_{31}^{-}$ والذي له أقل كمية نقل X_{ij} من الخلايا الـ سالبة ، أي إن المتغير X_{31} سيكون هو المتغير الخارج ، لذا فالجدول الجديد سيكون كما يلي :

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
S_1	2 / 3	3	4	5	0 / 12	15
S_2	3 / 5	2	5	2 / 15	0	20
S_3	4	1 / 10	2 / 12	3	0 / 3	25
Demand	8	10	12	15	15	60

$T.T.C. = 6 + 0 + 15 + 30 + 10 + 24 + 0 = 85$

$No.\ of\ basic\ cells = 5 + 3 - 1 = 7$

$$X_{12} \to X_{32} \to X_{35} \to X_{15} \quad : \quad \overline{C}_{12} = 3 - 1 + 0 - 0 = 2$$
$$X_{13} \to X_{33} \to X_{35} \to X_{15} \quad : \quad \overline{C}_{13} = 4 - 2 + 0 - 0 = 2$$
$$X_{14} \to X_{24} \to X_{21} \to X_{11} \quad : \quad \overline{C}_{14} = 5 - 2 + 3 - 2 = 4$$
$$X_{22} \to X_{32} \to X_{35} \to X_{15} \to X_{11} \to X_{21} \quad : \quad \overline{C}_{22} = 2 - 1 + 0 - 0 + 2 - 3 = 0$$
$$X_{23} \to X_{33} \to X_{35} \to X_{15} \to X_{11} \to X_{21} \quad : \quad \overline{C}_{23} = 5 - 2 + 0 - 0 + 2 - 3 = 2$$
$$X_{25} \to X_{21} \to X_{11} \to X_{15} \quad : \quad \overline{C}_{25} = 0 - 3 + 2 - 0 = -1 \quad negative$$
$$X_{31} \to X_{11} \to X_{15} \to X_{35} \quad : \quad \overline{C}_{31} = 4 - 2 + 0 - 0 = 2$$
$$X_{34} \to X_{24} \to X_{21} \to X_{11} \to X_{15} \to X_{35} \quad : \quad \overline{C}_{34} = 3 - 2 + 3 - 2 + 0 - 0 = 2$$

لذا فالمتغير الداخل هو X_{25} والمتغير الخارج سيكون X_{21} ، وعليه فالجدول الجديد سيكون :

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
S_1	2 / 8	3	4	5	0 / 7	15
S_2	3	2	5	2 / 15	0 / 5	20
S_3	4	1 / 10	2 / 12	3	0 / 3	25
Demand	8	10	12	15	15	60

$T.T.C. = 16 + 0 + 30 + 0 + 10 + 24 + 0 = 80$

$No.\ of\ basic\ cells = 7$

$$X_{12} \to X_{32} \to X_{35} \to X_{15} \quad : \quad \overline{C}_{12} = 3 - 1 + 0 - 0 = 2$$
$$X_{13} \to X_{33} \to X_{35} \to X_{15} \quad : \quad \overline{C}_{13} = 4 - 2 + 0 - 0 = 2$$
$$X_{14} \to X_{24} \to X_{25} \to X_{15} \quad : \quad \overline{C}_{14} = 5 - 2 + 0 - 0 = 3$$
$$X_{21} \to X_{25} \to X_{15} \to X_{11} \quad : \quad \overline{C}_{21} = 3 - 0 + 0 - 2 = 1$$
$$X_{22} \to X_{32} \to X_{35} \to X_{25} \quad : \quad \overline{C}_{22} = 2 - 1 + 0 - 0 = 1$$
$$X_{23} \to X_{33} \to X_{35} \to X_{25} \quad : \quad \overline{C}_{23} = 5 - 2 + 0 - 0 = 3$$
$$X_{31} \to X_{35} \to X_{15} \to X_{11} \quad : \quad \overline{C}_{31} = 4 - 0 + 0 - 2 = 2$$
$$X_{34} \to X_{35} \to X_{25} \to X_{24} \quad : \quad \overline{C}_{34} = 3 - 0 + 0 - 2 = 1$$

لعدم وجود قيمة سالبة لقيم C_{ij} لذا فالحل أمثل:

يزود الخزان الأول المدينة الأولى ب 8 مليون لتر ماء صافي.
يزود الخزان الثاني المدينة الرابعة ب 15 مليون لتر ماء صافي.
يزود الخزان الثالث المدينتين الثانية و الثالثة بالمقادير 10 و 12 مليون لتر من الماء الصافي على التوالي.

ب-طريقة المضاعفات: نجد قيم U_i و V_j من العلاقة: $\mathbf{U_i+V_j=C_{ij}}$ للخلايا الأساسية بافتراض $U_1=0$. و بالرجوع للحل الأساسي المستخرج بطريقة VAM نتحصل على الجدول :

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
S_1	2 **0**	3	4	5	0 **15**	**15**
S_2	3 **5**	2	5	2 **15**	0	**20**
S_3	4 **3**	1 **10**	2 **12**	3	0	**25**
Demand	**8**	**10**	**12**	**15**	**15**	**60**

T.T.C. = 91 and no. of basic cells = 7

$$C_{11}=U_1+V_1=2 \overset{U_1=0}{\Rightarrow} V_1=2$$
$$C_{15}=U_1+V_5=0 \overset{U_1=0}{\Rightarrow} V_5=0$$
$$C_{21}=U_2+V_1=3 \overset{V_1=2}{\Rightarrow} U_2=1$$
$$C_{24}=U_2+V_4=2 \overset{U_2=1}{\Rightarrow} V_4=1$$
$$C_{31}=U_3+V_1=4 \overset{V_1=2}{\Rightarrow} U_3=2$$
$$C_{32}=U_3+V_2=1 \overset{U_3=2}{\Rightarrow} V_2=-1$$
$$C_{33}=U_3+V_3=2 \overset{U_3=2}{\Rightarrow} V_3=0$$

أما الخلايا غير الأساسية فنجد لها $\overline{C}_{ij}$ من العلاقة $\overline{C}_{ij}=C_{ij}-(U_i+V_j)$ وكما يلي :

$$\overline{C}_{12}=C_{12}-(U_1+V_2)=3-(0+(-1))=4$$
$$\overline{C}_{13}=C_{13}-(U_1+V_3)=4-(0+0)=4$$
$$\overline{C}_{14}=C_{14}-(U_1+V_4)=5-(0+1)=4$$
$$\overline{C}_{22}=C_{22}-(U_2+V_2)=2-(0-1)=2$$
$$\overline{C}_{23}=C_{23}-(U_2+V_3)=5-(1+0)=4$$
$$\overline{C}_{25}=C_{25}-(U_2+V_5)=0-(1+0)=-1$$
$$\overline{C}_{34}=C_{34}-(U_3+V_4)=3-(2+1)=0$$
$$\overline{C}_{35}=C_{35}-(U_3+V_5)=0-(2+0)=-2 \text{ most negative}$$

وهي نفس القيم المستخرجة في الطريقة السابقة . فالمتغير الداخل سيكون المتغير الأكثر سالبية لقيم $\overline{C}_{ij}$ وهو المتغير X_{35} ، أما المتغير الخارج فيتحدد بنفس الإسلوب السابق من خلال المسار المتعرج للمتغير الداخل $X_{35}^{+} \rightarrow X_{15}^{-} \rightarrow X_{11}^{+} \rightarrow X_{31}^{-}$ والخلية التي لها أقل كمية نقل من الخلايا السالبة ستحدد كمتغير خارج أي المتغير X_{31} ، أما الجدول الجديد سيكون :

	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
S_1	2 / 3	3	4	5	0 / 12	15
S_2	3 / 5	2	5	2 / 15	0	20
S_3	4	1 / 10	2 / 12	3	0 / 3	25
Demand	8	10	12	15	15	60

$T.T.C. = 6 + 0 + 15 + 30 + 10 + 24 + 0 = 85$

$No.\ of\ basic\ cells = m + n - 1 = 3 + 5 - 1 = 7$

يمكن إجراء العمليات الحسابية لا ستخراج قيم C_{ij} بشكل مباشر على الجدول كما هي موجودة في المربع السفلي لكل خلية غير أساسية في الجدول أدناه:

		$V_1=2$	$V_2=1$	$V_3=2$	$V_4=1$	$V_5=0$	
		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
$U_1=0$	S_1	2 / 3	3 / 2	4 / 2	5 / 4	0 / 12	15
$U_2=1$	S_2	3 / 5	2 / 0	5 / 2	2 / 15	0 / -1	20
$U_3=0$	S_3	4 / 2	1 / 10	2 / 12	3 / 2	0 / 3	25
Demand		8	10	12	15	15	60

و عليه فالمتغير الداخل هو X_{25} بإعتبار له قيمة C_{ij}، أما المتغير الخارج X_{21} فيتحدد من المسار المتعرج لهذا المتغير الداخل ، أما الجدول الجديد سيكون:

		$V_1=2$	$V_2=1$	$V_3=2$	$V_4=2$	$V_5=0$	
		C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	Supply
$U_1=0$	S_1	2 / 8	3 / 2	4 / 2	5 / 3	0 / 7	15
$U_2=0$	S_2	3 / 1	2 / 1	5 / 3	2 / 15	0 / 5	20
$U_3=0$	S_3	4 / 2	1 / 10	2 / 12	3 / 1	0 / 3	25
Demand		8	10	12	15	15	60

تكون التكلفة الكلية للنقل:CT=80 um

لعدم وجود قيمة سالبة لقيم C_{ij} (المثبتة قيمها في المربع السفلي للخلايا غير الأساسية في الجدول أعلاه) و عليه :

-يزود الخزان الأول المدينة الأولى بـ 8 مليون لتر من الماء الصافي.

-يزود الخزان الثاني المدينة الرابعة بـ15 مليون من الماء الصافي.

-يزود الخزان الثالث المدينتين الثانية و الثالثة بالمقادير 10 و 12 مليون من الماء الصافي على التوالي.

3. نموذج التخصيصAssignement model كحالة خاصة من مشاكل النقل:

تعد نماذج التخصيص من حالات النقل الخاصة و تتمثل بوجود n من الأعمال(المهام) و m من الموارد بحيث نخصص مورد واحد لاستخدام واحد، و هو عبارة عن أداة رياضية لتحقيق الاستخدام الأمثل للموارد المتاحة إذ تستخدم مبدأ تكلفة الفرصة البديلة و كمثال على ذلك:

- تخصيص عمال معينين للعمل على آلات معينة.
- تخصيص موظفين لأداء وظائف معينة حسب الكفاءة، الخبرة،....
- تخصيص آلات معينة لإنتاج سلع معينة.

1.3. شروط مشكلة التخصيص:

توجد أربع شروط للقيام بعملية التخصيص:

أ- وجدو عدد متساوي من العمال و العمليات المراد القيام بها.
ب- لا يمكن للعامل(الآلة) القيام بأكثر من مهمة واحدة.
ج- تكلفة عمل كل عامل(آلة) معروفة و محددة مسبقا.
د- تحقق شرط عدم السلبية.

2.3. طرق التخصيص: توجد طريقتان للتخصيص:

أ- طريقة التوافيق(Combinaison Method).
ب-طريقة الحل المختصر(Shortcut Method).

أ- طريقة التوافيق(Combinaison Method):

تعتبر طريقة بسيطة بإعتماد على عدد من المهام او الأعمال المطلوب تخصيصها إلا أنها تزداد تعقيدا بزيادة الأعمال حيث تعتمد على نظرية الاحتمالات:

$$n! = \prod_{1 \leqslant i \leqslant n} i = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots \times (n-1) \times n.$$

مثال 01: ورشة للخياطة تقوم بعمليتين للتفصيل و الخياطة، و المعطيات التالية تمثل الوقت المستغرق للأداء في القسمين من طرف عاملين.

المهام/ العمال	الوقت المستغرق	
	تفصيل	خياطة
A	6	5
B	8	10

المطلوب تخصيص كل عامل للقيام بعملية واحدة بحيث نحصل على أقل وقت(تكلفة) ممكن.

الاحتمالات	المهام/ العمال	العاملون لكل مهمة		تكلفة/د
		تفصيل	خياطة	
(01)	A	A	B	6+10=16
(02)	B	B	A	8+5=13

نأخذ الاحتمال الثاني لا نجاز المهمتين بأقل التكاليف 2*1=! 2

ب-طريقة الحل المختصر(Short-cut Method):

نعتمد في إيجاد التخصيص الأمثل على الطريقة الهنغارية وفق حالتين:

أ- في حالة التصغير *minimized* : نتبع الخطوات التالية :

1. نطرح اصغر قيمة في كل صف من قيم هذا الصف فنحصل على مصفوفة الفرص الضائعة من تخصيص هذا الصف لأي من أعمدة المصفوفة .
2. نطرح أصغر قيمة في كل عمود من قيم هذا العمود فنحصل على مصفوفة الفرص الضائعة من تخصيص هذا العمود لأي من صفوف المصفوفة .
3. نغطي اصفار المصفوفة كافة بأقل عدد ممكن من الخطوط الأفقية أو العمودية أو كليهما، فإذا كان عدد تلك الخطوط مساوياً لعدد صفوف (أعمدة) المصفوفة فالتخصيص سـ يكون أمثل .
4. إذا كان عدد هذه الخطوط أقل من عدد الصفوف (الأعمدة) نختار أقل قيمة في المصفوفة من القيم غير المغطاة بالخطوط ويطرح من كل قيمة من القيم غير المغطاة ويضاف إلى كل قيمة تقع عند ملتقى الخطين الأفقي والعمودي ، أما بقية القيم (المغطاة ولاتمثل التقاطع) فتترك كما هي .
5. تعاد الخطوة (2) حتى يتحقق التوزيع الأمثل .

ب- **في حالة التعظيم*maximisation*** :يمكن تحويلها إلى حالة تقليل من خلال طرح كل قيمة من قيم المصفوفة من أكبر قيمة فيها و نستمر بالخوارزمية السابقة لإيجاد التخصيص الأمثل.

مثال 02: المصفوفة التالية توضح تكاليف توزيع أربع مهام على خمس مكائن:

jobs	*machines*				
	M1	*M2*	*M3*	*M4*	*M5*
J1	*10*	*11*	*4*	*2*	*8*
J2	*7*	*11*	*10*	*14*	*12*
J3	*5*	*6*	*9*	*12*	*14*
J4	*13*	*15*	*11*	*10*	*7*

المطلوب: ايجاد التخصيص الأمثل لتقليل التكاليف.

لعدم توازن المصفوفة عدد المهام=4 أقل من عدد المكائن=5، لهذا نضيف مهمة خامسة تكلفتها مساوية للصفر و عليه تكون المصفوفة:

	M1	*M2*	*M3*	*M4*	*M5*
J1	*10*	*11*	*4*	*2*	*8*
J2	*7*	*11*	*10*	*14*	*12*
J3	*5*	*6*	*9*	*12*	*14*
J4	*13*	*15*	*11*	*10*	*7*
J5	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*

بطرح أقل تكلفة في كل صف

	M1	*M2*	*M3*	*M4*	*M5*
J1	*8*	*9*	*2*	*0*	*6*
J2	*0*	*4*	*3*	*7*	*5*
J3	*0*	*1*	*4*	*7*	*9*
J4	*6*	*8*	*4*	*3*	*0*
J5	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*

بطرح أقل تكلفة في كل عمود من قيم نفس العمود تبقى المثقوفة كما هي.

إن أقل عدد المستقيمات الأفقية و العمودية التي تغطي الصفار=4 و هي أقل من عدد الصفوف=5.لذا نطرح أقل قيمة من القيم المغطاة من القيم الأخرى و تضاف إلى التقاطعات فقط.
فتصبح المصفوفة:

أقل عدد من المستقيمات = عدد الصفوف = 5

	M1	M2	M3	M4	M5
J1	9	9	2	0	7
J2	0	3	2	6	5
J3	0	0	3	6	9
J4	6	7	3	2	0
J5	1	0	0	0	1

و منه تم التوصل إلى الحل المثل و التوزيع الأمثل مبين في الجدول الموالي:

Jobs	Machines
J1	M4
J2	M1
J3	M1 , M2
J4	M5
J5	M2 , M3 , M4

بعد إجراء الحذف للماكنة 1 من المهمة 3 لأنها اشتغلت من قبل المهمة 2، و كذلك حذف الماكينتين 2 و 4 من المهمة 5 لأنها اشتغلت من قبل المهمتين 3 و 1 على التوالي، لذا فالتخصيص الأمثل للمهام يكون:
تنجز المهمة 1 على الماكنة 4 و بتكلفة 2.
تنجز المهمة 2 على الماكنة 1 و بتكلفة 7.
تنجز المهمة 3 على الماكنة 2 و بتكلفة 6.
تنجز المهمة 4 على الماكنة 5 و بتكلفة 7.
بإجمالي تكلفة تقد بـ22 و.ن
مثال03: المصفوفة التالية تمثل ربح توزيع أربعة مهام على أربع مكائن:

	Machines			
Jobs	M1	M2	M3	M4
J1	10	3	2	4
J2	9	4	1	3
J3	8	5	1	5
J4	7	6	2	6

المطلوب: إيجاد التخصيص الأمثل للمهام على المكائن لتحقيق أعلى ربح ممكن.
الحل: بطرح جميع قيم المصفوفة من أكبر قيمة فيها(10) لتحويلها إلى حالة تصغير فتكون المصفوفة الجديدة:

Jobs	Machines			
	M1	M2	M3	M4
J1	0	7	8	6
J2	1	6	9	7
J3	2	5	9	5
J4	3	4	8	4

بطرح أقل قيمة في كل صف ←

Jobs	Machines			
	M1	M2	M3	M4
J1	0	7	8	6
J2	0	5	8	6
J3	0	3	7	3
J4	0	1	5	1

بطرح أقل قيمة في كل عمود ←

Jobs	Machines			
	M1	M2	M3	M4
J1	0	6	3	5
J2	0	4	3	5
J3	0	2	2	2
J4	0	0	0	0

أقل عدد تقاطعات من المستقيمات=2 أقل من عدد الأسطر=4 لذا تطرح 2 من القيم المغطاة و تضاف إلى التقاطعات و عليه تصبح المصفوفة الجديدة:

Jobs	Machines			
	M1	M2	M3	M4
J1	0	4	1	3
J2	0	2	1	3
J3	0	0	0	0
J4	2	0	0	0

أقل عدد من المستقيمات =3 < عدد الصفوف (الأعمدة) = 4 ، لذا نطرح 1 من القيم غير المغطاة وتضاف لقيم التقاطع ، فتكون المصفوفة الجديدة :

Jobs	Machines			
	M1	M2	M3	M4
J1	0	3	0	2
J2	0	1	0	2
J3	1	0	0	0
J4	3	0	0	0

أقل عدد من المستقيمات = عدد الصفوف (الأعمدة) = 4 ، لذا فالحل أمثل وعليه فالتخصيص الأمثل سيكون :

Jobs	Machines
J1	M1 , M3
J2	M1 , M3
J3	M2 , M3 , M4
J4	M2 , M3 , M4

Jobs	Mach.	profit
J1	M1	10
J2	M3	1
J3	M2	5
J4	M4	6
∑		22

or

Jo.	Ma.	Pr.
J1	M1	10
J2	M3	1
J3	M4	5
J4	M2	6
∑		22

or

Jo.	Ma.	Pr.
J1	M3	2
J2	M1	9
J3	M2	5
J4	M4	6
∑		22

or

Jo.	Mach.	Pr.
J1	M3	2
J2	M1	9
J3	M4	5
J4	M2	6
∑		22

أي وجود أربعة تخصيصات مثلى للمهام على المكائن لتحقيق أعلى ربح ممكن وقدره *22* وحدة نقدية وكما مثبتة أعلاه .

تمارين مقترحة(**مرفقة بحلول مختصرة**):

1- أوجد الحل الأمثل لمسائل النقل التالية :

a)

Sources	Destinations			Supply
	D1	D2	D3	
S1	1	2	6	7
S2	0	4	2	12
S3	3	1	5	11
Demand	10	10	10	30

b)

Sources	Destinations			Supply
	D1	D2	D3	
S1	5	1	8	12
S2	2	4	0	14
S3	3	6	7	4
Demand	9	10	11	30

c)

Sou.	Dest.			Sup.
	D1	D2	D3	
S1	5	1	7	10
S2	6	4	6	80
S3	3	2	2	15
Dem.	75	20	50	

Sou.	Dest.				Sup.
	D1	D2	D3	D4	
S1	10	20	5	7	10
S2	13	9	12	8	20
S3	4	15	7	9	30
S4	14	7	1	0	40
S5	3	12	5	19	50
Dem.	60	60	20	10	150

(ans. : a)(7,0,0,2,0,10,1,10,0;40) , b)(2,10,0,3,0,11,4,0,0;38) ,
c)(0,10,0,35,10,35,0,0,15,40,0,0;500) ,
d)(0,0,10,0,0,20,0,0,30,0,0,0,0,30,0,10,30,10,10,0;820))

2- تشحن سلع من أربعة مخازن *W1 , W2 , W3 , W4* إلى خمسة أسواق *M1 , M2 , M3 , M4 , M5* . العرض عند المخازن هو 70 ، 40 ، 60 و30 وحدة على التوالي . بينما الطلب عند الأسواق هو 40 ، 20 ، 30 ، 60 و50 وحدة على التوالي . أما كلف النقل بين المخازن والأسواق فهي :

Warehouses	Markets				
	M1	M2	M3	M4	M5
W1	7	6	5	4	2
W2	9	7	3	6	3
W3	8	8	7	3	1
W4	4	3	1	2	1

أوجد الكمية المشحونة المثلى من المخازن إلى الأسواق بأقل كلفة إجمالية ممكنة .

(ans.: (30,0,0,40,0,0,0,0,30,0,10,0,0,0,20,40,10,20,0,0,0;690))

3- حل مسألة النقل التالية ، بحيث الطلب عند الموقع *D1* يجب أن يشحن من المصدر *S4* :

	Destinations			
Sources	*D1*	*D2*	*D3*	*Supply*
S1	*5*	*1*	*0*	*20*
S2	*3*	*2*	*4*	*10*
S3	*7*	*5*	*2*	*15*
S4	*9*	*6*	*0*	*15*
Demand	*5*	*10*	*15*	

(ans.: (0,10,5,5,5,0,0,0,10,0,0,0,15,5,0,10,0;55))

4- أربعة أصناف مختلفة من المكائن تتوزع على خمسة مهام ن ع دد المك ائن المت وفرة ف ي الأصناف الأربعة هي *25* ، *30* ، *20* و *30* ، وعدد الوظائف في المهام الخمسة ه ي *20* ، *20* ، *30* ، *10* و*25* . أوجد التخصيص الأمثل للمكائن على المهام بحيث إن صنف الماكنة الرابع ة *M4* لايأخذ المهمة الرابعة *J4* . علماً إن الكلف لكل وحدة موضحة في الجدول التالي :

	Jobs				
machines	*J1*	*J2*	*J3*	*J4*	*J5*
M1	*10*	*2*	*3*	*15*	*9*
M2	*5*	*10*	*15*	*2*	*4*
M3	*15*	*5*	*14*	*7*	*15*
M4	*20*	*15*	*13*	----	*8*

(ans.:(0,0,25,0,0,20,0,0,10,0,0,20,0,0,0,0,0,5,0,25;560))

5- أوجد التخصيص الأمثل لتوزيع المهام على المكائن لمصفوفتي الكلف التاليتين :

a)

	machines			
Jobs	*M1*	*M2*	*M3*	*M4*
J1	*10*	*5*	*5*	*2*
J2	*9*	*8*	*4*	*3*
J3	*7*	*7*	*6*	*4*
J4	*8*	*7*	*5*	*5*

b)

	Machines				
Jobs	*M1*	*M2*	*M3*	*M4*	*M5*
J1	*3*	*8*	*2*	*10*	*3*
J2	*8*	*7*	*2*	*9*	*7*
J3	*6*	*4*	*2*	*7*	*5*
J4	*8*	*4*	*2*	*3*	*5*
J5	*9*	*10*	*6*	*9*	*10*

(ans.:a) 1-2,2-4,3-1,4-3 or 1-4,2-3,3-1,4-2;20, b) 1-5 , 2-3 , 3-2 , 4-4 , 5-1 ;21)

6- أوجد التخصيص الأمثل لتوزيع المهام على المكائن لمصفوفة الربح التالية :

	Machines				
Jobs	*M1*	*M2*	*M3*	*M4*	*M5*
J1	*3*	*9*	*2*	*3*	*7*
J2	*6*	*1*	*5*	*6*	*6*
J3	*9*	*4*	*7*	*10*	*3*
J4	*2*	*5*	*4*	*2*	*1*
J5	*9*	*6*	*2*	*4*	*6*

(ans.:1-2 , 2-5 , 3-4 , 4-3 , 5-1 ;38)

أساليب التحليل الشبكي

تمهـــــــــــــيد:

لكل مشروع دورة حياة خاصة به تنطلق من نقطة ما وتنتهي عند نقطة أخرى ,وهذا الأمر يساعد في تنظيم تفكيرنا بالمشروع وكيفية إدارته وتحليل أسباب نجاحه المحتملة وتطوير آليات استدامته .وهنالك العديد من الأفراد الذين تعاملوا مع المشروعات وحاولوا تصنيف مراحلها .إلا أنه وباختلاف المداخل لكن جوهر دورة الحياة للمشاريع يتشابه في معظمه .

أحد هذه التصنيفات يتعامل مع المشروع على أنه مجموعة من الخطوات المتتابعة والمتسلسلة والتي تحقق الهدف من هذا المشروع وتبدأ هذه الخطوات من وجود حاجة ما وتنتهي بالتقييم ,مرورا بمجموعة من المراحل التي تتمثل في التخطيط والتنظيم والتنفيذ المراقبة .

تحليل شبكة الاعمال باستخدام الطرق الكمية

أولا: الشبكات

هي أحد أساليب بحوث العمليات التي تستخدم في مجال التخطيط والرقابة على الأداء ، وأن عملية التخطيط والرقابة تؤدي دورا مهما و بارزا في إنجاح المشاريع ، بكونها ذات طابع هندسي يعتمد على الأشكال والرسومات البيانية والهندسية كأساس لتطبيق العلاقات الرياضية التي تربط بين متغيرات التخطيط والرقابة المختلفة ومنها الوقت والكلفة ، الموارد المادية وما إلى ذلك.

1. مفهوم الشبكات

إن شبكات العمل تعتبر أحد أساليب المنهج الكمي في إدارة الأعمال التي تستخدم في مجال التخطيط والرقابة لتنفيذ المشاريع ا لإنتاجية، والخدمة، سوا ء كانت المتوسطة والكبيرة الحجم منها وهو أحد الأساليب الكمية لبحوث العمليات [1].

إن الشبكات هي تلك الأشكال البيانية والهندسية التي تعبر عن مشكلة معينة في واقع الحال،ويتم تصميم الشبكات على الأغلب من خلال الأسهم وتعرف بالنشاط، ونقاط التعارف أو ما يعرف بالأحداث، وتستخدم هذه الشبكات في مختلف المجالات في الواقع العملي، سواء كانت الإنشائية منها أو الإنتاجية أو العلمية أو الخدمية وغير ذلك ،إذ أن تصميم ودراسة المشاريع الكبيرة والمعقدة التي تتصف بمرحلية التنفيذ تتطلب وضع خرائط ودراسات تمهيدية تشرح تطور المشروع من ناحية تسلسل العمل الإنشائي أو الإنتاجي، بما يتناسب مع المراحل الزمنية المقترحة والملائمة للعمل، إذ تنصب فكرة المفهوم الاقتصادي لشبكات العمل حول كيفية استخدام الموارد النادرة أو المحددة لتحقيق أهداف المنظمات المختلفة[2].

[1] مؤيد الفضل، تقييم وإدارة المشروعات المتوسطة والكبيرة، الطبعة ا لأولى، دار الوراق للنشر والتوزيع، عمان – ألأردن، 2009، ص31 .

[2] مؤيد عبد الحسين الفضل ،المنهج الكمي في إدارة الوقت ،دار المريخ للنشر والتوزيع ،الرياض-السعودية ، 2008 ، ص193 -194.

إن شبكات الأعمال يمكن التعبير عنها من خلال صيغ وأساليب ونماذج مختلفة يمكن توضيحها على النحو التالي:

نماذج أقصر الطرق : تستخدم هذه النماذج عندما يكون المطلوب هو تحديد أقصر طريق بين نقطتين أو أقصر طريق بين نقطة معينة وجميع النقاط الأخرى في شبكة الأعمال أو أقصر طريق بين كل نقطتين في شبكة الأعمال.

نماذج أقصى تدفق : إن هذا النوع من النماذج مشابه لما هو وارد في النموذج الأول إلا أنها تستخدم في تحديد أقصى تدفق من الأرباح أو الموارد المالية التي يمكن تحقيقها من خلال تطبيق شبكات الأعمال.

نماذج شبكات الأعمال(الأزمنة):إن هذه النماذج تهدف إلى تحديد الأزمنة المتتابعة والمتوازية للمشاريع المختلفة، وكذلك تحديد الوقت لكل نشاط والتعرف على المسارات الحرجة في شبكة أعمال المشروع، وبالنظر لأهمية هذه الأنواع من النماذج وكونها مرتبطة بشكل مباشر بموضوع إدارة المشاريع مع التأكد على دورها في التخطيط والرقابة ، وبشكل عام تقسم هذه النماذج إلى مايلي[1] :

- أسلوب أو مخطط جانت GANTT CHART
- أسلوب المسار الحرج CPM(critical path méthod)
- أسلوب مراجعة وتقييم البرامج PERT(program évaluation review and technique)
- الأسلوب البياني لتقييم البرامج GERT(graphical évaluation review and technique)[2]

.أسلوب المسار الحرج (CPM): وهو الأسلوب الذي يستخدم بصورة شائعة في إدارة المشروعات ويعتمد على قاعدة التتابع المنطقي المعروف ما بين الفعاليات ويستخدم أيضا في تحديد الزمن الكلي لإنجاز المشروع من خلال إيجاد المسار الحرج والفعاليات التي تقع عليه.

[1] **محمود العبيدي إ دارة المشاريع منهج كمي،الوراق للنشر والتوزيع،عمان -الأردن ،2005 ، ص132 .**

.أسلوب تقييم ومراجعة تنفيذ البرنامج (PERT): يستخدم هذا الأسلوب في إدارة المشروعات ذات التتابع المنطقي المعروف للفعاليات عندما تكون المدة الزمنية لهذه الفعاليات غير مؤكدة وتخضع لتقديرات واحتمالات التوزيع الزمني الاحتمالي.

.الأسلوب البياني لتقييم ومراجعة المشروعات يمتاز **(GERT):** هذا الأسلوب من شبكات الأعمال بالتركيبة المعقدة نوعا ما بالمقارنة مع الأسلوبين السابقين، حيث يساعد الجهة المستخدمة له على التعامل مع محددات الفعاليات بالاعتماد على توزيعات احتمالية مختلفة كسمة بارزة لها بدلا من احتمالية واحدة محدودة ، ويستخدم أيضا بالتعامل مع التتابع المنطقي الذي يقع تحت آلية الاحتمالية وإمكانية تمثيل الفعاليات المقررة لعدة مرات قبل حدوث فعالية لاحقة ،وبواسطة العداد يمكن هذا الأسلوب من متابعة عدد المرات التي يتم عمل الفعاليات[1].

2. المفاهيم الأساسية للمخططات الشبكية

الحدث :هي عبارة عن لحظة من الزمن تدل على إنجاز بعض الأزمنة وبداية الأزمنة الأخرى، حيث أن البداية والنهاية لكل نشاط يعبر عنهما بحدثين أحدهما يعرف بحدث البداية، ولآخر حدث النهاية، وتوصف الأحداث أيضا بأنها لحظة محددة من الزمن وليست مدة منه، وهي لا تحتاج إلى وقت أو موارد أو جهد، ويكن تمثيلها بشكل هندسي كالدائرة أو المربع أو المثلث وما إلى ذلك.[2]

الأنشطة :هي إحدى عناصر المشروع التي يجب إنجازها وتقع بين حدثين الأول يعرف باسم الحدث السابق والثاني الحدث اللاحق ،فالنشاطات التي هي حصيلة مجموعة أحداث لا يمكن البدء بها إلا إذا أنجزت النشاطات السابقة لها بالكامل وتمتاز بأنها تحتاج إلى وقت و موارد مالية ويتم تمثيلها في الرسم بسهم واتجاه السهم يبين حدوث الأحداث أما طول السهم فإنه لا يمثل أي شئ ، وأما وقت الإنجاز فيمكن كتابته أسفل أو أعلى السهم علما بأن كل سهم يمثل نشاطا مستقلا أي نشاط واحد فقط ، وتنقسم الأنشطة إلى[3] :

---

[1] **حسن إبراهيم بلوط، إدارة المشاريع ودراسة جدواها ألاقتصادية، مرجع سابق ،ص 404 .**

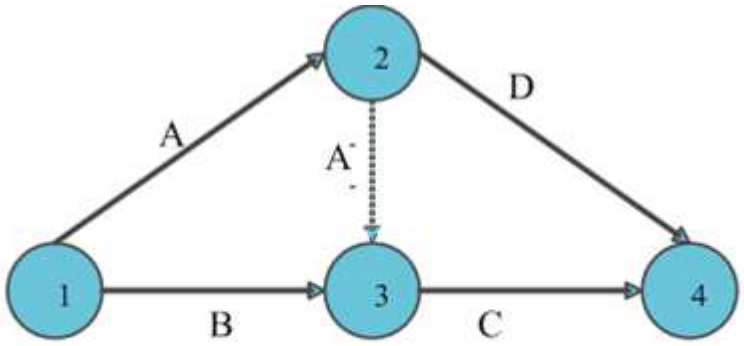
[2] **مؤيد عبد الحسين الفضل، المنهج الكمي في إدارة الوقت، مرجع سابق، ص196 .**

[3] **محمود العبيدي، إدارة المشاريع منهج كمي، مرجع سابق، ص 134 .**

أنشطة الحقيقية : وهي تعبر عن المهام و الأعمال الواجب تنفيذها للانتقال من حدث معين إلى آخر في إطار شبكة متكاملة من المهام أو النشاط الأتي، حيث يعبر عن هذه الأزمنة من خلال الأسهم التي يتجه رأسها إلى الأمام وبالتحديد انطلاقا من حدث البداية باتجاه حدث النهاية ، وقد تكون هذه الأزمنة عادية-حرجة.[1]

أنشطة وهمية: وعادة تمثل في هيئة سهم متقطع (-------) وليس لها أي وجود في الواقع العملي لذلك فهي لا تستلزم أي موارد لإنجازها وأن وقت استغراقها يساوي صفرا.[2] والشكل التالي يوضح ذلك:

شكل رقم 07: الأنشطة الحقيقية و الوهمية



Source:Pham thu quang. Jean joskowicz.CAS PRATIQUE DE CONDUITE DE PROJETS;OP;PAGE78

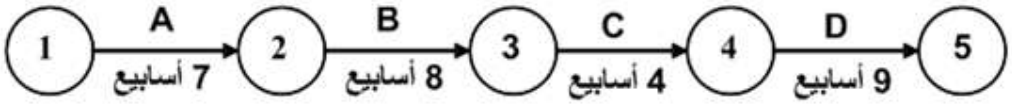
أنشطة متتابعة أو متعاقبة أو لاحقة :وهي الأزمنة التي تحدث بتسلسل وتتابع وتعاقب محدد ويوضح الشكل ، أنه لا يمكن البدء بتنفيذ النشا ط (D) إلا بعد إنهاء النشاط (C) وحدوث الحدث 4 ولا يمكن حدوث الحدث 4 قبل إنهاء النشاط (C) ولا يمكن البدء في النشاط (C) إلا بعد انتهاء النشاط (B) وحدوث الحدث 3 ، ولا يمكن حدوث الحدث 2 قبل إنهاء النشاط (A) ولا يمكن تنفيذ النشاط (A) قبل حدوث أو تحديد لحظة بداية المشروع أو حدوث الحدث 1 وهكذا.[3]

[1] **مؤيد عبد الحسين الفضل، المنهج الكمي في إدارة الوقت، مرجع سابق، ص196 .**

[2] **Pham thu quang, Jean joskowicz, CAS PRATIQUE DE CONDUITE DE PROJETS, Chiheb-Eyrolles, P 78.**

[3] **حلمي عبد الفتاح البشبيشي ، الطاهر إبراهيم إسماعيل، سيد أحمد عبد العاطي ، بحوث العمليات في المحاسبة، التعليم المفتوح ،القاهرة-مصر ، 1993 ، ص384 .**

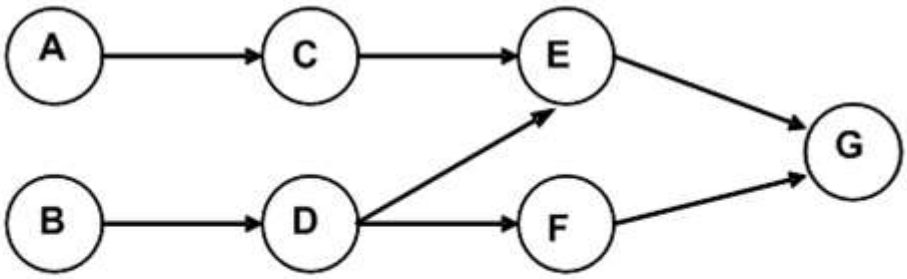
شكل رقم 08: الأنشطة المتتابعة



المصدر :عبد الفتاح البشبيشي ،بحوث العمليات في المحاسبة ،مرجع سابق ،ص 384

الأنشطة السابقة :تتعلق هذه القاعدة بالأنشطة التي لا يمكن البدء بإنجازها إلا بعد الانتهاء من إنجاز الأنشطة التي تسبقها وتعتمد عليها، لذلك يجب توفير المعلومات المتعلقة بتسلسل وقوع الحوادث كي يتم وصف الاعتماد المتبادل بين أنشطة المشروع المختلفة وبدقة[1]، والشكل التالي يوضح ذلك:

الشكل 09: تمثيل الأنشطة السابقة

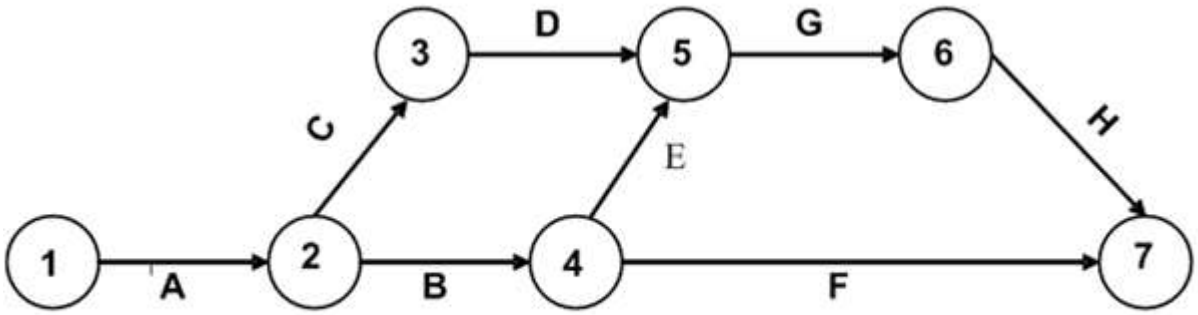


المصدر : د،علي العلاونة،بحوث العمليات في العلوم التجارية،دار المستقبل للنشر والتوزيع،عمان-الأردن،2000، ص 373

الأنشطة المتوازية :وهي أنشطة يتم تنفيذها في نفس الوقت الذي تنفذ فيه أنشطة أخرى حيث يظهر الشكل الأنشطة المتوازية (G;D;C) التي يمكن تنفيذها أثناء تنفيذ النشاطين (F;B) ويلاحظ بأن شبكة الأعمال تشتمل على أنشطة متتابعة وأنشطة متوازنة فالأنشطة (A;C;D;G;H) تمثل أنشطة متتابعة وكذلك الأنشطة (A;B) وتمثل أنشطة متتابعة ، إلا انه يمكن تنفيذ الأنشطة (C;D;G;H) في نفس الوقت الذي ينفذ فيه النشاطان (B;F) باعتبارها أنشطة متوازية. كما يوضح الشكل التالي:

[1] **علي العلاونة ، محمد عبيدات، عبد الكريم عواد، بحوث العمليات في العلوم التجارية ،دار المستقبل للنشر والتوزيع ،عمان– ألأردن 2000،ص373 .**

الشكل 10: الأنشطة المتوازية



المصدر :عبد الفتاح البشبيشي ،بحوث العمليات في المحاسبة ،مرجع سابق ،ص 385

ويلاحظ من الشبكة أن الحدث 2 يمثل لحظة بداية أكثر من نشاط هما النشاطين (B;C) كما قد يمثل الحدث لحظة انتهاء أكثر من نشاط مثل الحدث 7 بالشبكة حيث يمثل لحظة انتهاء النشاطين (H;F) كما يلاحظ أنه لا يمكن البدء في النشاط (G) إلا بعد الانتهاء من الأنشطة السابقة(A;C;B;D;E) وحدوث الحدث5 ،كما لا يجوز البدء في تنفيذ النشاط (F) إلا بعد الانتهاء من تنفيذ الأنشطة (A;B) لكن لا يوجد ما يمنع من تنفيذ النشاطين (E;F) في آن واحد باعتبارهما أنشطة متوازية، ويتوقف البدء في تنفيذهما على حدوث الحدث 4 أي الإنتهاء من النشاط السابق (B).[1]

الشبكة :وهي المخطط التي تعرض تدفق الأزمنة ذات الترابط والتزامن المنطقي بالإضافة إلى إظهار العلاقات المتبادلة بينهما .[2]

التبعية :أي نشاط داخل الشبكة يقال أنه يتبع نشاط آخر إذا كانت بداية هذا النشاط تلي نهاية النشاط الآخر[3] .

المسار :هو سلسلة من الأزمنة تربط حدث البداية بأي حدث آخر.[4]

[1] **حلمي عبد الفتاح البشبيشي ، بحوث العمليات في المحاسبة، مرجع سابق، ص385 .**
[2] **عبد الستار محمد العلي ،إدارة المشروعات العامة ، مرجع سابق ، ص293 .**
[3] **محمد علي متولي عجوز، بحوث العمليات والإحصاء، دار الفكر الجامعي، مصر-ألإسكندرية، الطبعة الأولى، 2006 ، ص160 .**
[4] **دلال صادق الجواد ، دحميد ناصر الفتال، بحوث العمليات ،دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع ،عمان-ألأردن ، 2008 ، ص209 .**

المسار الحرج : هو عبارة عن سلسلة مستمرة من الأزمنة الحرجة التي تربط بين نقطة البدء ونقطة إتمام المشروع، وهي أطول المسارات على الشبكة وتعطي أقل وقت لازم لإتمام المشروع، ومن الممكن أن يكون للمشروع الواحد أكثر من مسار حرج.

النشاط الحرج : هو النشاط الذي سوف يترتب على تأخيره تأخير في وقت إتمام المشروع بالكامل،وغالبا ما يوجد أكثر من نشاط حرج واحد على الشبكة[1] .

الزمن العادي :وهو مقدار الزمن المقدر والمتوقع لإنجاز النشاط بالموارد العادية .

الزمن المختزل (المعجل): وهو مقدار الزمن (ويسمى أيضا الزمن العائم) الذي ي مكن اختزاله من زمن النشاط العادي دون ألتأثير سلبيا على الزمن الكلي لإنجاز المشروع، ويستخدم عادة هذا الزمن في اختزال الزمن الكلي للمشروع.

التكلفة العادية :وهي مجموع النفقات المستخدمة في تنفيذ النشاط العادي .

التكلفة المختزلة :وهي تكلفة الزمن المختصر وتزداد كلما زاد الزمن والعكس صحيح[2] .

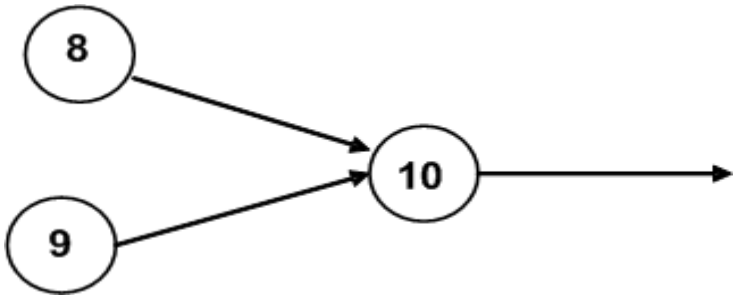
ثالثا :القواعد المتبعة في بناء الشبكات

هناك أعراف مراعاتها عند رسم المخططات الشبكية من أهمها:

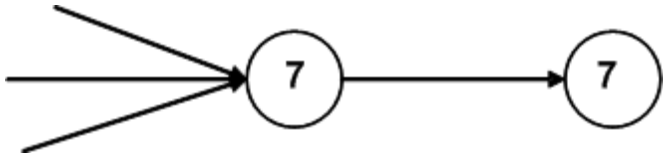
- إن لكل مخطط هناك évent حدث بداية واحد وآخر حدث نهاية .

[1] محمد توفيق ماضي، إدارة وجدولة المشاريع، مرجع سابق، ص 73.
[2] عبد الستار محمد العلي ،إدارة المشروعات العامة ،مرجع سابق ، ص293 -249

- قبل البدء بأي نشاط (activité) فإن جميع الأزمنة السابقة لابد أن تكون قد استكملت فالنشاط 10 لا يمكن البدء به قبل الإنتهاء من النشاطين (9.8).

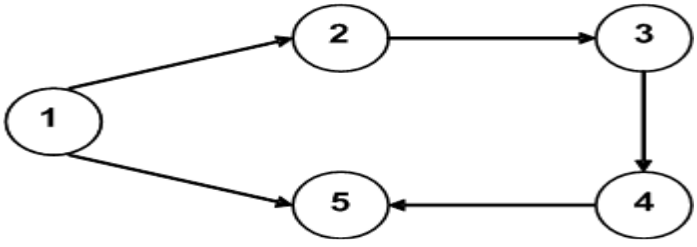


- لا يمكن تكرار الأحداث في المخطط الشبكي



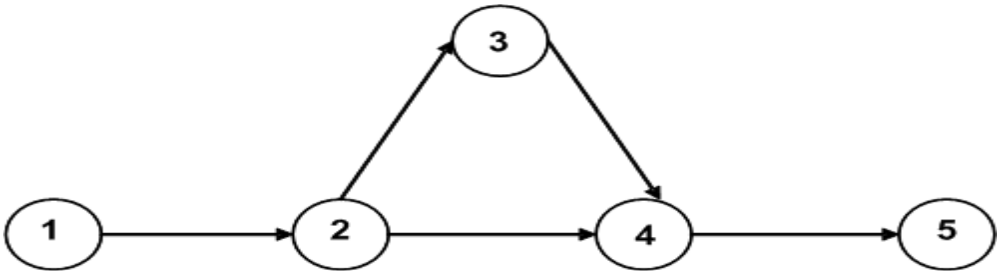
- إن الأسهم التي تمثل الأزمنة يجب أن تأخذ اتجاها محددا من حدث البداية للمشروع إلى حدث النهاية ، ولا يجوز في هذه الحالة العودة إلى الوراء أو إتباع أسلوب الدوران.[1]

- **حالة العودة إلى الوراء**

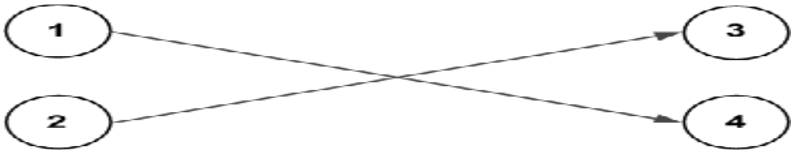


- **حالة الدوران**

[1] **عبد الرسول عبد الرازق الموسوي، المدخل لبحوث العمليات ، الطبعة الثانية ، دار وائل للنشر والطباعة ،عمان - الأردن،2006،ص173-174.**



- كل نشاط داخل الشبكة يمثل بسهم واحد فقط .
- لشبكة الشروع نقطة بداية لحدث واحد فقط، ولا يسبق البداية شيء، كما أن للشبكة نقطة نهاية (حدث) واحد فقط، ولا يتبع النهاية شيء آخر، وقد يطلق على الأول نقطة المنبع والثاني نقطة المصب.
- تجنب تقاطع الأسهم داخل الشبكة

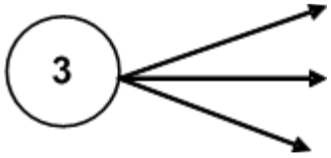


ويمكن معالجة ذالك إما باستخدام رسم الأنابيب

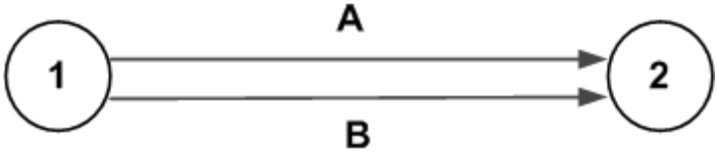
أو باستخدام رسم تقاطع الأزمنة[1]

- لكل حدث يمكن أن يخرج منه أكثر من نشاط واحد

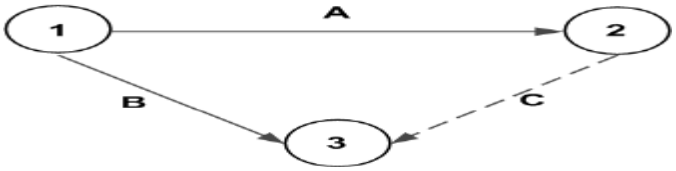
[1] **دلال صادق الجواد، حميد ناصر الفتال، بحوث العمليات، داراليازوري العلمية للنشر والتوزيع ،عمان -الأردن ،2008 ، ص210 .**



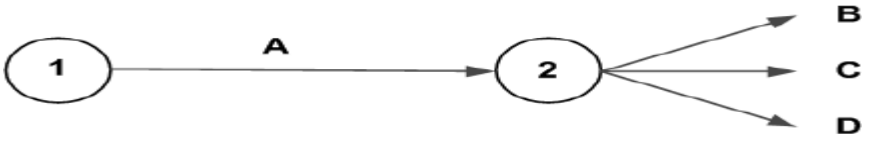
- يمكن إعطاء أرقام داخل الحدث بتسلسل منطقي من 1 إلى n من الأحداث.
- لا يجوز الرجوع من حدث مبكر إلى آخر تم سابقا إلا في حالة استخدام الأزمنة الوهمية.[1]
- لا يمكن أن يبدأ أكثر من نشاط واحد من حدث واحد وينتهي في حدث واحد كما هو موضح



ويفترض أن يعالج هذا الأمر من خلال إدخال نشاط ثالث وسيط يعرف بالنشاط الوهمي ،كمايلي:

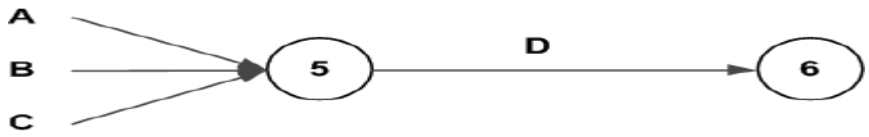


- يمكن أن يكون حدث النهاية لأحدى الأزمنة هو بمثابة حدث لأنشطة أخرى كما هو موضح:



- يمكن أن يكون حدث النهاية لمجموع الأزمنة هو حدث بداية لنشاط آخر كما هو موضح:

[1] سهيلة عبد الله سعيد ، الجديد في الأساليب الكمية وبحوث العمليات ، الطبعة الأولى ، دار الحامد ،عمان-الأردن ، 2007 ،ص230 .



إن اتجاه الرسم يكون على أساس قاعدة البدء من الحدث الصغير لغاية الحدث الكبير وليس العكس.[1]

3.تصميم شبكات الأعمال

يرد ضمن شبكات الأعمال أشكال وصيغ مختلفة تعتمد على نوع و طبيعة المشروع وكذلك على طبيعة الأزمنة ذاتها، المؤلفة للمشروع المذكور وبشكل عام يمكن تقسيم صيغ وأشكال شبكات العمل إلى:

تصميم شبكات العمل على أساس أن الأزمنة يعبر عنها من خلال الأسهم[2](AOA)

تصميم شبكات العمل على أساس أن الأزمنة يعبر عنها من خلال العقد [3](AON)

1.3 تصميم شبكات العمل على أساس أن الأزمنة يعبر عنها من خلال الأسهم (AOA)

ويقصد بذلك أن تصميم شبكات العمل قائم على أساس أن التعبير عن الأزمنة أو الفعاليات في المشروع من خلال الأسهم ، أما بالنسبة للأحداث فإن التعبير عنها يكون من خلال العقد أو نقاط التقاطع ، وبشكل عام يمكن تقسيم هذا النوع من تصاميم شبكات العمل إلى ما يلي:

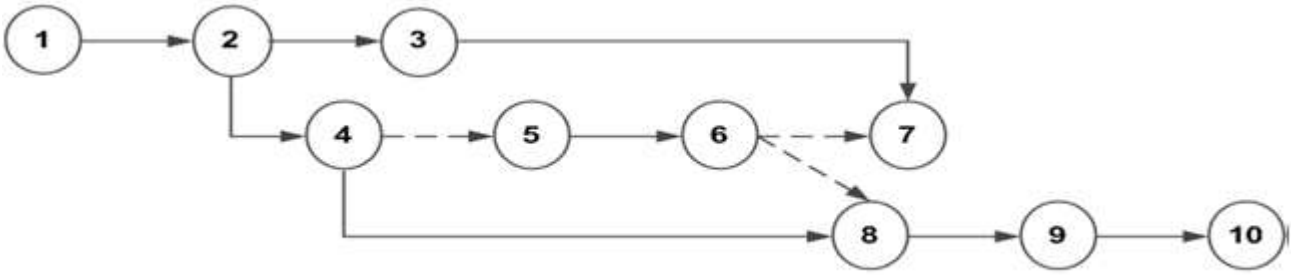
الترقيم الأفقي :حيث يتم ترقيم الحدث الأول في الشبكة برقم معين، و بعدها يتم زيادة الأرقام بشكل متسلسل باتجاه الحدث الأخير، ويكون ذلك على مستويات مختلفة كما هو موضح في الشكل:

[1] **محمود العبيدي، إدارة المشاريع منهج كمي، مرجع سابق، ص136 - 138.**

[2] **activity-on-Arrow**

[3] **activity-on-nods**

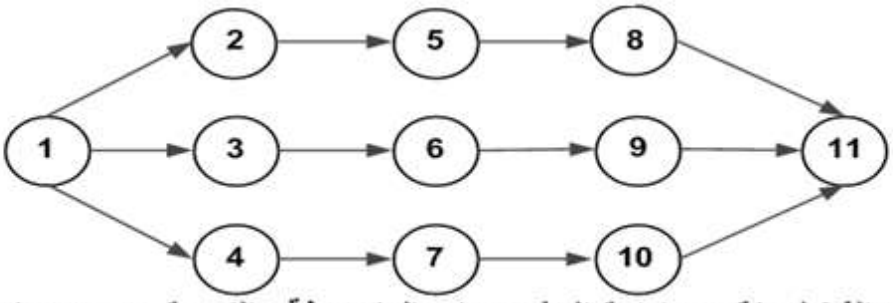
الشكل 11:الترقيم الأفقي للشبكة



المصدر:د،مؤيد الفضل ،تقييم وإدارة المشروعات المتوسطة والكبيرة ،مرجع سابق ، ص 322

الترقيم العمودي : حيث في هذه الحالة يتم ترقيم الأحداث من الأعلى إلى الأسفل كما هو موضح في

الشكل 12: الترقيم العمودي للشبكة



المصدر:د،مؤيد الفضل ،تقييم وإدارة المشروعات المتوسطة والكبيرة ،مرجع سابق ، ص 323

- **تصميم شبكات الأعمال على أساس النشاطات السابقة واللاحقة :**

إن هكذا نوع من شبكات العمل يختلف عن الحالات السابقة حيث هنا يؤخذ بنظر الإعتبار مايلي:

1-النشاطات السابقة أو الابتدائية

2-النشاطات اللاحقة أو النهائية[1]

ولتوضيح هذه الفكرة نأخذ المثال التالي:

[1] **محمود العبيدي، إدارة المشاريع منهج كمي، مرجع سابق، ص148**

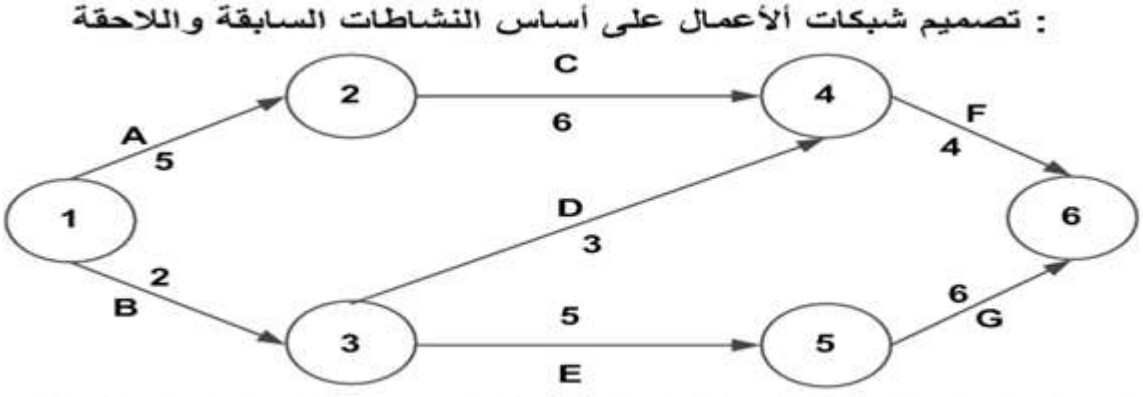
جدول 06 : الأنشطة السابقة واللاحقة ومدتها

النشاط اللاحق	النشاط السابق	الوقت(يوم)
A	---------	5
B	---------	2
C	**A**	6
D	**B**	3
E	**B**	5
F	**C; D**	4
G	**E**	6

المصدر :د، محمود العبيدي، إدارة المشاريع منهج كمي، مرجع سابق، ص

أما الشكل الذي يعبر عن هذه الحالة فهو وفق الشكل التالي

الشكل 13: تصميم شبكات الاعمال على اساس الانشطة السابقة واللاحقة



المصدر:د،محمود ألعبيدي ،إدارة المشاريع -منهج كمي-،مرجع سابق ،ص149

2.3 تصميم شبكات العمل على أساس العقد AON

في هذا النوع من شبكات العمل تكون الفكرة القائمة على أساس أن تعبر العقد أو نقطة الاتصال عن النشاط، في حين الأسهم تعبر عن الأحداث 1 .كما هو موضح في الشكل.

الشكل 14:بناء و تصميم النشاطات في المخططات الشبكية بواسطة العقد

المصدر:د، محمود العبيدي ،إدارة المشاريع منهج كمي ،مرجع سابق ، ص 155

4.أهمية استخدام المخططات الشبكية

تعود أهمية استخدام طريقة المخططات الشبكية كإحدى التقنيات الحديثة إلى العديد من الجوانب أهمها مايلي:

- وضوح علاقة النشاطات المختلفة في المشروع يبعضها من حيث التتابع و التزامن.
- إمكانية استخدام مفهوم النشاط الوهمي في طريقة **(AOA)** أو النشاطات المتداخلة في طريقة مخطط **(AON)** للتحكم بتوقيت بدء النشاط المقيد بزمن أو نشاط سابق .
- سهولة العمليات الحسابية المستخدمة خصوصا عندما تكون شبكة المشروع تحتوي على نشاطات عديدة.
- استخدام نظام ترقيم للدلالة على النشاطات ، وي عطى مرجعا سهلا للعمليات الحسابية سواء كانت هذه الحسابات يدوية أو كانت باستخدام الحاسوب.
- لا يمكن البدء بأي نشاط معين قبل الإنتهاء من جميع النشاطات السابقة التي تنتهي فيه.

- يجب أن لا يكون هناك أكثر من نشاط واحد له نفس الوصف ويؤدي نفس العمل.[1]
- توفر إمكانية إعداد خطة دقيقة تستطيع استيعاب مختلف المراحل التي يمر بها تنفيذ المشروع .
- توجيه المسؤولين عن التنفيذ للنشاطات الرئيسية والحرجة و إعطائها الأهمية المناسبة من حيث الوقت والتكاليف.
- متابعة مستوى التنفيذ وتحديد الانحرافات القائمة عن الخطة الموضوعة مسبقا واتخاذ الإجراءات الكفيلة لمعالجة مكامن الخلل.
- إعداد التقارير الدورية والنهائية لمختلف مراحل التنفيذ فيما يتعلق بالأمر بالتكاليف وكيفية ضغطها .
- توفر إمكانية إعادة النظر بالخطة بحيث تستطيع استيعاب المتغيرات الجديدة وما يضمن الدقة في التنفيذ ضمن الوقت والتكاليف المحددين.[2]

5.المشاكل المصاحبة للمخططات الشبكية

المخطط الشبكي عبارة عن نموذج يمثل الحالة الواقعية للمشروع قيد الدراسة، لذلك كلما كان النموذج أقرب إلى الواقع كان التنبؤ بمستقبل العمل في المشروع أيضا اقرب إلى الواقع. وهناك بعض المشاكل التي قد تصاحب استخدام المخططات الشبكية نذكر منها:

- صعوبة تمثيل المشروع للواقع بسبب تعقيد المشروع أو عدم وجود خبرة سابقة لمشاريع مشابهة لدى المخططين.
- عدم وضوح أهداف المشروع وفهمهما .
- توقع الحصول على نتائج سريعة من التخطيط، فالتخطيط يتطلب وقتا وجهدا كبيرين وليست هناك طريقة مختصرة لوضع الخطط.
- الاستعانة بخبرات من خارج المشروع ليس لديها الصورة الكاملة لوضع خطة المشروع .
- عدم وجود تفاهم بين القائمين على تخطيط المشروع والقائمين على التنفيذ .

[1] **غالب العباسي، محمد نور برهان، إدارة المشاريع، الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات 2008 /2009مصر –القاهرة ، ص146 .**
[2] **عبد الرسول عبد الرازق الموسوي، المدخل لبحوث العمليات،الطبعة الثانية، دار وائل للنشر والطباعة ،عمان -الأردن ، 2006 ، ص 166.**

- في حالة الخطط المعتمدة على بعضها، عدم انسجام الخطط مع بعضها وفشل خطة ما قد يؤدي إلى فشل خطط أخرى مترتبة عليها.
- نقص البيانات أو المعلومات أو عدم دقتها مما قد يؤدي للوصول إلى مخطط شبكي خاطئ .
- استخدام الإحصائيات والأرقام للنشاطات دون معرفة مدلولاتها الحقيقة .

6. مراحل تنفيذ المشروع على أساس شبكات الأعمال

إن استخدام النماذج الشبكية في إدارة المشاريع أثبتت جدواها على مدى الفترة الماضية كنظام متكامل وخصوصا في المشاريع ا لكبيرة حتى أصبح يطلق على هذا العلم إدارة المشروع الكاملة، وتبرز أهمية التحليل الشبكي كنظام في قدرته على التخطيط للمشروع من بدايته ومراقبته ومتابعته وإعادة تخطيطه أثناء تنفيذه وحتى تسليمه.

وتمر عملية التحليل الشبكي للمشروع من بدايته حتى نهايته بثلاث مراحل رئيسية وهي:مرحلة التخطيط، مرحلة الجدولة، مرحلة الرقابة:

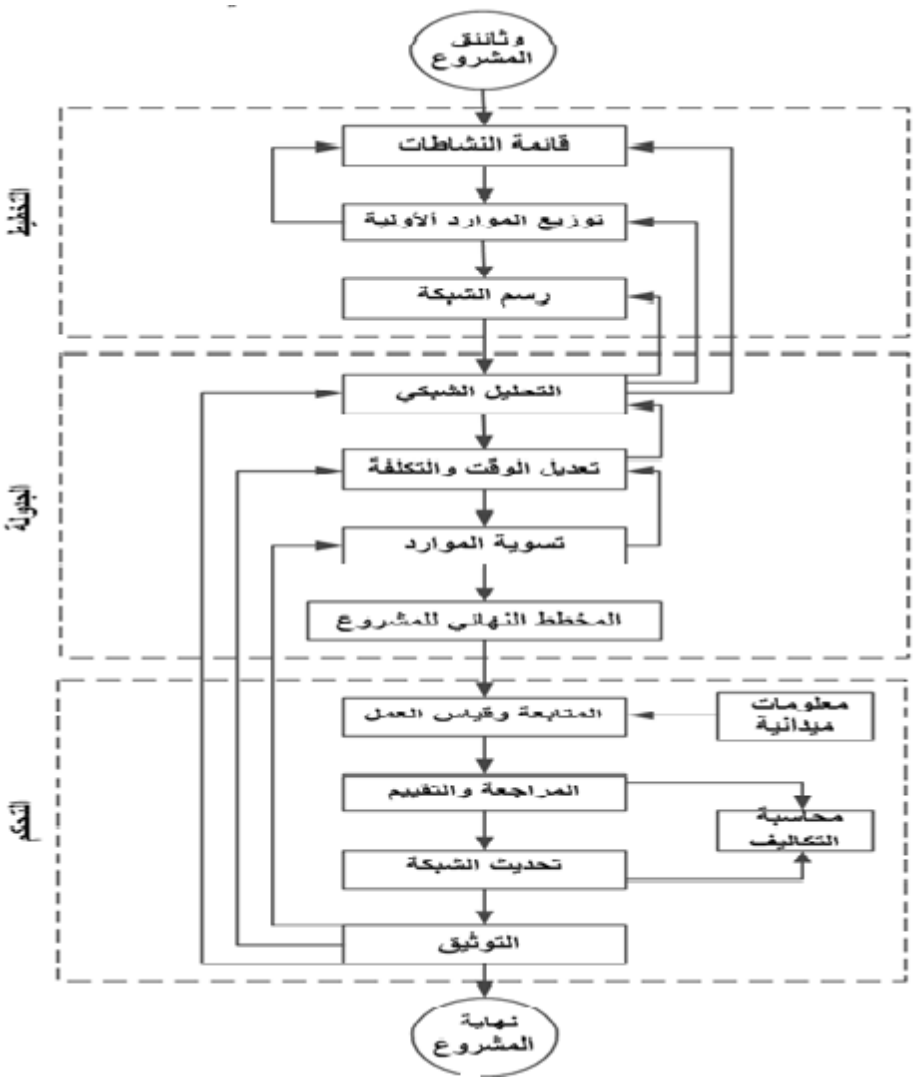
1.6 مرحلة التخطيط : في هذه المرحلة يتم تحديد أهداف المشروع وتحديد مصادره الكلية وكذلك يتم تقسيمه إلى أنشط ة متسلسلة ومحددة على بيان الوقت اللازم لتنفيذه وفي هذه المرحلة أيضا يتم التعبير عن المشروع من خلال المخطط الشبكي يوضح علاقات التتابع والأسبقية بالشكل الذي يستوعب كافة مهام المشروع وجوانبه المختلفة ، ويذهب المتخصصين في العلوم الإدارية والهندسية إلى تشخيص هذه المرحلة باعتبارها الأصعب ،لأنها تتعلق بتقدير احتياجات المشروع من الأفراد والمواد والآلات وكذلك لأنها تتعلق بتقسيم المشروع إلى أنشطة متباينة مع تحديد أوقاتها المتوقعة أو الاحتمالية وعلاقات الأسبقية فيما بينها[2] .

2.6 مرحلة الجدولة : نقوم في هذه المرحلة بتحليل المخطط من أجل معرفة الأوقات الأربعة ومقدار المرونة لكل نشاط ومعرفة المسار أو المسارات الحرجة والزمن ا لذي يستغرقه تنفيذ المشروع ، ثم نقوم بدراسة تكاليف المشروع، وتأثير زيادة أو اختصار زمن النشاطات، المختلفة في تكاليف المشروع، وأثر ذلك في مدة المشروع، للوصول إلى أنسب وقت وتكلفة للمشروع، بعد ذلك نقوم بجدولة الموارد المتاحة للمشروع من أجل تنفيذه خلال

الوقت والتكلفة المحددين ووضع المخططات النهائية بناءا على ذلك. وفي حالة الحاجة إلى تغيير أي من البيانات السابقة لا بد من العودة إلى مرحلة التخطيط وإعادة التخطيط.[1]

3.6 مرحلة المراقبة : في هذه المرحلة يتم التركيز على مراجعة مقدار الوقت المصروف وكذاك الإنفاقات المادية المتحققة وما هو معروف من التكاليف ومقايي س الأداء الفعلي ومقارنته مع ما هو مخطط طبقا للأرقام القياسية واتخاذ الإجراءات التصحيحية اللازمة ، وذلك من أجل توضيح ما تم تنفيذه بالقياس إلى ما هو مطلوب وبيان المراحل المتبقية غير المنجزة من المشروع مع إجراء التعديلات ا للازمة من أجل الوصول إلى أفضل إنجاز للمشروع.[2] **والشكل 15** في الصفحة التالية يوضح الخطوات الثلاثة السابقة.

الشكل 15: مراحل التحليل الشبكي



[1] غالب العباسي، إدارة المشاريع ، مرجع سابق، ص180 .

[2] محمود العبيدي، إدارة المشاريع منهج كمي، مرجع سابق، ص160

ثانيا: أساليب التحليل الشبكي

تعتبر طريقة المخطط الشبكي إحدى الطرق الحديثة نسبيا في إدارة المشاريع ،والتي ظهرت نتيجة لحاجات عجزت عن تلبيتها الطريقة التي سبقتها ، ونخص بالذكر طريقة جانت. لذلك ظهرت في نهاية الخمسينات مجموعة من أساليب شبكات الأعمال وأهمهما أسلوبي **CPM/PERT** ويهدف كل من الأسلوبين إلى تقديم مدخل بياني لجدولة وتخطيط المشاريع، يساعد مدير المشروع في تصور الأزمنة اللازمة والوقت المتوقع لإنجازها وتحديد العلاقات الفنية بينها، وبالتالي تقدير الوقت المتوقع للانتهاء من المشروع ،كذلك فإن كل منهما يمكن من متابعة تقدم التنفيذ في الأزمنة للتعرف على سير الأداء والكشف عن الانحرافات واتخاذ الإجراءات اللازمة لضمان حسن سير الأداء .

كما وقد ظهر أسلوب آخر هو أسلوب **GERT** وهو نموذج معدل من الأسلوبين السابقين **CPM/PERT**.

1.2 أسلوب جانت GANTT CHART

1.1.2 تعريف أسلوب جانت:

يستعمل هذا الأسلوب في المشروعات المختلفة (الإنتاجية أو الخدمية..... الخ) وعلى الأخص المتوسطة الحجم والتي تتسم بالبساطة ، وقد قام هذا الأسلوب في مطلع القرن العشرين من قبل **(هنري جانت)** الذي يعتبر من الرواد الأوائل لحركة الإدارة العلمية وبشكل عام يطلق على هذا الأسلوب اسم المخططات الزمنية **-BAR) CHART)** وأحيانا تنسب لاسم هنري جانت أي يطلق عليها **(GANTT-CHART)** حيث أستطاع جانت وضع خرائط ساعدت على رقابة العلاقة بين مكونات المشروع في إطار الجدول الزمني المحدد [1].و بناء مخطط جانت يعتمد بالدرجة الأولى على الزمن فيتنفيذ الأزمنة التي تمت جدولتها ، وهو يظهر تقدم إما الأزمنة

[1] **مؤيد الفضل، تقييم وإدارة المشروعات المتوسطة والكبيرة، مرجع سابق، ص351 .**

أو الموارد التي تم استغلاله ا في تنفيذ الأزمنة[1] . ومن الواضح أن هذه الخرائط تتسم بمجموعة من الخصائص نذكر منها:

- الاستخدام الأمثل للوقت وللموارد (بشرية ،آلات ،.....الخ)
- معرفة ومراقبة الأجزاء التي تم تنفيذها .
- ضبط الموارد لكل حالة .
- معرفة مدى التكاليف المستخدمة .
- متابعة درجة تقدم الأعمال[2] .

ويخضع مخطط جانت لنوعين من العمليات هما:

1.1.1.2التسوية(le nivellement): تقنية التسوية تحافظ على عدد الأشخاص العاملين في المشروع في حدود معينة، وبالتالي في هذه الحالة فإن مدة المشروع سوف تزيد عن الوقت المحدد لها، كما أن تقنية التسوية تحدد مجموعة موارد المشروع، تقنية التسوية تتفادى رؤية فريف المشروع بحجم أكثر من اللازم مقارنة بالمدة الكلية للمشروع، ومنه فإن الفرضية الأول ى في التخطيط هو تشغيل الحد الأقصى من العاطلين اللذين بإمكانهم تكوين فريق بحمولة زائدة ، توفر الموارد (أشخاص، أدوات ،مقر..... الخ)، يمكن أن يتم من خلاله التنازل عن استخدام جميع إمكانات تنفيذ الأزمنة.

2.1.1.2التجانس (le lissage):تقنية التجانس توضح كيف يمكن تقسيم الموارد والتكاليف على الأزمنة، في هذه الطريقة يمكن معرفة في أي لحظة إن كانت أنشطة المشروع قد تحملت فوق طاقتها أو العكس، ومنه يمكن أن المناورة عن ط ريق الفائض الكلي لإزاحة الأزمنة وبالعكس إذا كنا نريد القيام بعملية التسوية الذي يهمنا هو تجزئة التكاليف بالنسبة لكل مورد، عملية التجانس يمكنها أن تزيد في المدة[3].

[1] **Emmanuel djuatio ; management des projets techniques d'évaluation, analysé, choix et planification, op, page 94.**
[2] **Henri-pierre madders, conduire un projet d'organisation guide méthodologique, édition organisation ,troisième édition.2003, p 40.**
[3] **Chantal Morly.gestion d'un projet système d'information, Dunod, paris, 2édition, 2000, page 68-69.**

2.1.2 بناء مخطط جانت:

بعد تقسيم مخطط جانت إلى عدة نشاطات نقوم بتحديد كمية العمل اللازمة لكل نشاط على حدة ، ويجب معرفة معدل التنفيذ بالنسبة للزمن من خلال معرفة كمية الموارد المتاحة التي يمكن أن تؤثر في معدل التنفيذ، ومن خلال معرفة كمية هذه الموارد يمكننا معرفة الوقت اللازم لتنفيذ كل نشاط على حدى وتحديد الوقت لبدء النشاط ولإنهائه مع مراعاة التسلسل المنطقي والتتابع الزمني لهذه النشاطات ، بعد الانتهاء من عملية الجدولة يتم تمثيل كل نشاط بخط أفقي يتناسب طوله مع الزمن اللازم لتنفيذ ذلك النشاط ،المحور الأفقي للمخطط يمثل الزمن حسب المقياس المناسب (يوم أو أسبوع أو شهر) اللازمة لتنفيذ المشروع وفق تسلسل معين في عمود على يسار المخطط , ويمكن أن يحتوي المخطط على معلومات أخرى مثل مدة النشاط أو كمية العمل المطلوب إنجازه أو الموارد المطلوبة[1] . على أن تضاف مدة مناسبة من الوقت الضائع بسبب الأحوال الجوية أو أي سبب آخر يعود للمؤثرات الخارجية أو الداخلية، كما يجب أن تؤخذ الناحية الاقتصادية بنظر الاعتبار عند تعديل معدل الإنجاز.

وبعد الإنتهاء من مرحلة التخطيط والجدولة لكافة مراحل العمل على المنظم أن يدققه بعناية ويعدله إن كان ذلك لمصلحة العمل وتمهيدا لعملية التنفيذ الفعلي[2] .

والمثال التالي يوضح ذلك:

منظمة أعمال إنتاجية ترغب في إقامة مشروع يتضمن الأزمنة و الفعاليات التالية:

جدول 07: يوضح أنشطة المشروع

فقرة	الكمية	الوحدة
الانتقال إلى موقع العمل	جملة	م3
الحفريات	1200	م3
خرسانة الأسس	360	م3
خرسانة الجدران	1100	م3
الدفن	360	م3

المصدر :محمود العبيدي، إدارة المشاريع منهج كمي، مرجع سابق، ص125

وقد توفرت البيانات الإضافية التالية عن هذا المشروع:

[1] ، غالب العباسي ، إدارة المشاريع ، مرجع سابق ، ص121 .

[2] محمود العبيدي، إدارة المشاريع منهج كمي، مرجع سابق، ص 124.

1-الحفريات 40 م 3 باليوم، الأساس 20 م 3 باليوم

2-خرسانة الجدران 40 م 3 باليوم، الدفن 60 م 3 ويتطلب الانتقال إلى موقع العمل أسبوع واحد حيث أن الأسبوع =سبعة أيام عمل وإذ لم يحدد (8 ساعات باليوم 6 أيام ب الأسبوع).

بالإضافة إلى ما تقدم يتم إضافة % 20 كاحتياط لذلك تصبح نسبة التنفيذ 100 % +%20 1.2

المطلوب :حساب المدة اللازمة لإجراء الحفريات، وقت الخرسانة، وقت خرسانة الجدران، وذلك وفق أعمال الدفن والتعبير عن ذلك بيانيا.

الحل:

1- حساب المدة اللازمة للحفريات

الحفريات= (الكمية /إمكانية التنفيذ)* نسبة التنفيذ (40/1200)*1.2 =35 يوم أي ما يعادل 5أسابيع

2- حساب وقت خرسانة الأساس

خرسانة الأساس= (الكمية /إمكانية التنفيذ)* نسبة التنفيذ (20/360)*1.2 =21.6 يوم أي ما يعادل 3 أسابيع

3- حساب وقت خرسانة الجدران

خرسانة الجدران= (الكمية /إمكانية التنفيذ)* نسبة التنفيذ (40/ 1100)*1.2 =33 يوم أي ما يعادل 5أسابيع

4- حساب وقت أعمال الدفن

أعمال الدفن= (الكمية /إمكانية التنفيذ)* نسبة التنفيذ (60 /360)*1.2 =7.2 يوم أي ما يعادل أسبوع ويتم التعبير عن ذلك بيانيا كما يلي الجدول التالي:

الجدول رقم 08:مراحل التحليل الشبكي

الترقيم	الوحدة	الكمية	المدة / النشاط	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	جملة	جملة	الأنتقال إلى موقع العمل	—														
2	م^3	1200	الحفريات	—	—	—	—	—	—									
3	م^3	360	خرسانة الأسس							—	—	—						
4	م^3	1100	خرسانة الجدران									—	—	—	—	—		
5	م^3	360	عمليات الدفن														—	—

المصدر:د،محمود العبيدي،إدارة المشاريع منهج كمي ،مرجع سابق ، ص 126

يتضح مما تقدم أن المدة اللازمة لتنفيذ المشروع هو 15 أسبوع حيث يتم حساب ذلك كما يلي:

إلى موقع العمل 1 أسبوع

الحفريات 5 أسابيع

الأساس 3 أسابيع

الجدران 5 أسابيع

الدفن 1 أسبوع

المجموع 15 أسبوع

3.1.2 مميزات وقصور مخطط جانت:

مخطط جانت من أول طرق تخطيط المشاريع الحديثة ويتصف بعدد من المميزات من أهمها:

- سهولة الفهم والرسم .
- سهولة التعديل أو التغيير .
- يمثل طريقة سهلة للمقارنة بين المخطط الفعلي والواقع .
- يساعد على تحديد متطلبات الموارد .
- بحاجة إلى جهد تدريبي قليل .

على الرغم مما ذكر فإن مخطط جانت يصلح عادة في المشاريع الصغيرة ، حيث يكون عدد النشاطات قليل وعلاقة النشاطات واضحة، ولكن في حالة المشاريع الكبيرة حيث عدد النشاطات كثيرا، والعلاقات بين الأزمنة متداخلة فإن مخطط جانت يعجز عن أداء المهمة لأسباب منها أنه:

- لا يظهر تداخل العلاقات بين النشاطات .
- لا يقيم مدى تأثير تأخير نشاط معين على باقي النشاطات أو في المشروع ككل .
- لا يعطي معلومات ت تفصيلية عما تم إنجازه من المشروع إنما قد يعدل لإعطاء مؤشر (نسبة مئوية) عما تم إنجازه من كل نشاط في المشروع.
- لا يظهر تأثير احتمالية إنجاز النشاطات و تأثيرها في سير المشروع[1] .
- صعوبة تمييز الأسبقية في العلاقات بين النشاطات وتحديديها .
- التأخير في أحد النشاطات سيتوجب إعادة النظر في كل الخارطة المكونة للمشروع[2] .

2.2 أسلوب المسار الحرج CPM

إن أسلوب **CPM** هو أحد أساليب التحليل الشبكي المهمة التي تستخدم لأغراض التخطيط والمتابعة ، ولقد تم استنباط ألاسم العلمي **"critical path méthod "** حيث الرمز **CPM** هو الحرف الأول من كل واحد من الكلمات الواردة في المصطلح المذكور، ويستخدم هذا الأسلوب لمعرفة الفترة الزمنية التي يستغرقها تنفيذ المشروع بكامله.

1.2.2 التطور التاريخي ل CPM

[1] - **غالب العباسي، إدارة المشاريع ، مرجع سابق ، ص 124-123 .**

[2] **مؤيد عبد الحسين الفضل، المهج الكمي في إدارة الوقت، مرجع سابق ، ص194 .**

ظهر هذا الأسلوب في عام 1957 على يد كل من **(j.E.Kelly)** في شركة **(Remington-Rand)** و **(M.R.Walker)** في شركة **(Du pont)** بغرض المساعدة في جدولة عمليات التعطل بسبب الصيانة في مصانع المواد الكيماوية ، وقد ذاع صيت هذا الأسلوب الذي أطلق عليه أسلوب المسار الحرج **CPM** بسبب المزايا التي تحققت من استخدامه ، فقد أدى استخدام هذا الأسلوب في أحد مصانع شركة **(Du pont)** في مدينة بالولايات المتحدة الأمريكية إلى تخفيض وقت الأعطال اللازمة لعمل برنامج الصيانة من 125 ساعة إلى 78 ساعة[1].

إن أسلوب المسار الحرج الذي تم تطويره لا يستخدم الاحتمالات في تقدير الزمن المتوقع لكل نشاط وقد أستخدم هذا الأسلوب في المشروعات الص ناعية ذات الحالات المتكررة والتي يمكن من خلالها تقدير الوقت بدقة معقولة كما حدث في استخدامه في صناعة الكيماويات في شركة **(Du pont)** والمشروعات ذات الصيانة المتكررة والدورية ، وفي الوقت الحاضر فإن أسلوب المسار الحرج **CPM** يشترك بشكل فعال مع أنظمة رقابة تكاليف المشروعات الأخرى كالخرائط الرقابية وغيرها، إ ذ أن هذه الخرائط ذات رقابة كلية **(macro control)** لتزويد الإدارة بالمعلومات وتفاصيل دقيقة في المجال الرقابي[2] .

2.2.2 تعريف أسلوب المسار الحرج CPM:

تعتبر تقنية المسار الحرج من الطرق الهامة في استخدامها للأدوات الكمية ،إذ تساعد هذه التقنية مدراء المشاريع على اتخاذ القرارا ت سواء في تحليلهم أو تخطيطهم أو جدولتهم للمشاريع الموكلة إليهم ، وخاصة المشاريع الكبيرة والمعقدة[3] .

ويقوم المدير أو المخطط في هذا الأسلوب إلى تدنية تكاليف المشروع كما يمكن تخفيض مدة أغلب الأزمنة وبالمقابل يتم تحمل موارد إضافية والمتمثلة في (آلات ،أيدي عاملة ،رأس مال..... الخ) هذا التخفيض في الأزمنة ينجم عنه زيادة في التكلفة الكلية للمشروع[1] .

---

[1] **محمد توفيق ماضي، إدارة وجدولة المشاريع، مرجع سابق، ص95 .**

[2] **مؤيد الفضل، تقييم وإدارة المشروعات المتوسطة والكبيرة، مرجع سابق، ص363 .**

[3] **، حسن إبراهيم بلوط، إدارة المشاريع ودراسة جدواها الاقتصادية، مرجع سابق، ص195 .**

وفي هذا الأسلوب تظهر اهتمامات إدارة الوقت التي يتم حسابها والمناورة بها، وهذه الأوقات هي الوقت النهائي للمشروع، و الأزمنة الحرجة مع الأوقات المبكرة والمتأخرة لإنجاز الأزمنة ، مع العلم أن حسابات هذه الأوقات تهدف في النهاية إلى إيجاد آخر وقت مسموح به لإنجاز المشروع، إن أسلوب المسار الحرج قائم على أساس تحديد مجموعة من نشاطات المشروع ذات العلاقة المتعاقبة فيما بينها، والمكونة للسلسلة الحرجة للأنشطة بحيث أن مجموع الوقت الكلي لهذه الأزمنة يمثل آخر وقت مسموح به لإنجاز المشروع ويستلزم تطبيق أسلوب المسار الحرج الخطوات التالية:

- رسم شبكة العمل طبقا للتتابع الأعمال (الأزمنة)وتداخلها .
- تحديد الزمن النهائي لإنجاز المشروع والمعروف باسم زمن المسار الحرج .
- احتساب زمن البداية المبكرة والنهاية المبكرة لإنجاز الأزمنة .
- احتساب زمن البداية المتأخرة والنهاية المتأخرة لإنجاز الأزمنة .
- تحديد الزمن الفائض (slak) لكل نشاط [2].

3.2.2 آلية عمل المسار الحرج CPM:

يتطلب تنفيذ مخطط **CPM** إتباع الخطوات التالية :

- القيام بإجراء تحليل المشروع إلى فعاليات (أنشطة) متعددة يستوجب تعريفها بدقة من خلال إعطاء رموزا خاصة (رقم-حرف) لكل نشاط[3] .
- يتم تحديد التسلسل لإنجاز كل الأزمنة التي يتكون منها المشروع، بمعنى أنه يجب تحديد الأزمنة التي
- يجب أن تتم قبل البدء في نشاط أو أنشطة سابقة أخرى ، وكذلك الأزمنة التي يمكن أن يبدأ العمل فيها معا ، وبعبارة أخرى يجب تحديد العلاقات بين الأزمنة المختلفة التي يتكون منها المشروع، بحيث لا يبدأ في الأزمنة أللاحقة إلا بعد أن يتم الانتهاء من الأزمنة السابقة التي يعتمد عليها[1] .

---

[1] **Michel Nedzela, introduction a la science de la gestion, canada-Québec, 2édition, 1984, p 353**

[2] **مؤيد عبد الحسين الفضل ، المهج الكمي في إدارة الوقت ، مرجع سابق ، ص195 - 196**

[3] **عبد الرسول عبد الرازق الموسوي ، مدخل لبحوث العمليات ، مرجع سابق ، ص__178**

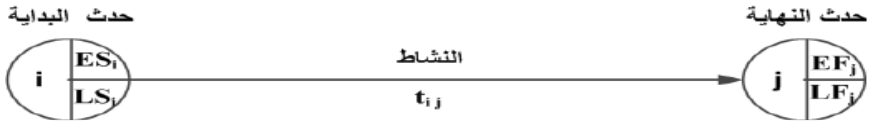
- وضع هذه العلاقات بين الأزمنة في شكل شبكة لها بداية ونهاية، وتتكون الشبكة من عدة دوائر،كل دائرة تعبر عن نشاط ويربط فيما بينها أسهم تعبر عن اتجاه الأزمنة، ويجوز في هذه الحالة تقاطع الأسهم للدلالة على معنى التابع في الشبكة ، وحتى نتجنب أية مشاكل في عمليات الحساب ، ويجب أن يكون للمشروع ككل نقطة بداية واحدة ونقطة نهاية واحدة ،ويعني ذلك أن الأزمنة التي ليس لها أي نشاط يسبقها.

يوضع قبلها نشاط افتراضي أسمه " **بدء** "وكذلك الأزمنة التي لا تليها أنشطة أخرى يجب أن يوضع بعدها نشاط افتراضي اسمه" **إتمام** "وبالطبع فإن وقتي نشاطي البدء والإتمام هو صفر ولكنهما يضافا لتسهيل تصور المشروع ككل، وغني عن الذكر أيضا أنه في حالة وجود نشاط واحد في بداية المشروع ونشاط واحد في نهاية المشروع، تعد هذه بداية ونهاية طبيعية ، ويمكن في هذه الحالة الاستغناء كلية عن فكرة حدثي" **بدء** "و "**إتمام**".

- تحديد الوقت اللازم لكل نشاط، وعادة ما يوضع هذا الرقم داخل دائرة تدل على النشاط بالإضافة إلى رقم النشاط.[2]

4.2.2 أزمنة المسار الحرج

للوصول إلى تقدير دقيق للزمن يتوجب معرفة أزمنة الأحداث وأزمنة الفعاليات، ويتمي ز كل نشاط في المخطط الشبكي بأربعة أوقات، وهذه الأوقات يمكن الحصول عليها من خلال عمليات حسابية سنوردها لاحقا بعد ذكر هذه الأوقات كما يوضحه الرسم الموالي:



حيث:

i : رقم لحدث البداية ، j: رقم لحدث النهاية

[1] **Pierre Roggioli, pratique de la méthode pert, les éditions d'organisation, paris, 1984, p 23.**

[2] **محمد توفيق ماضي، إدارة وجدولة المشاريع، مرجع سابق، ص**96 .

t_{ij} وقت استغراق النشاط الواقع بين الحدث i والحدث j

ES_i: الوقت المبكر لوقوع حدث البداية (i) EF_j :الوقت المبكر لوقوع حدث النهاية(j)

LFi :الوقت المتأخر لوقوع حدث النهاية(j) LS_j :الوقت المتأخر لوقوع حدث البداية(j)

أزمنة الأحداث :تخضع الأحداث لنوعين من الحسابات هما الحسابات الأمامية و الحسابات الخلفية .

الحسابات الزمنية الأمامية :

الزمن المبكر للحدث : هو لحظة الزمن المبكرة التي تبدأ منها أو تخرج منها الفعاليات ففي الحدث الأول يأخذ الزمن المبكر (ES_i) للحدث القيمة صفر لأنها بداية انطلاق المشروع ،أما بداية الأحداث اللاحقة فيستوجب أن يضاف إليها الوقت اللازم $(D_{i\cdot j})$ لإنجاز الفعالية وتستمر هذه الحالة بالنسبة للأحداث اللاحقة الأخرى.[1]

ولأجل تسهيل عملية حساب الوقت المبكر بافتراض أن الأزمنة المختلفة تكون مرقمة حسب التسلسل

حيث i :أي التسلسل التصاعدي للحدث (i;j) التصاعدي للنشاط

i=0;1;2;3……n-1

ومن ثم التسلسل التصاعدي للحدث j حيث :

j =1 ;2; 3 …… ..... n

أما الصيغة الرياضية التي تحسب بموجبها الأوقات المبكرة ES_j وخاصة إذا كان الحدث j يرتبط بأكثر من نشاط واحد لجميع قيم i و j

[1] **عبد الرسول عبد الرازق الموسوي ، مدخل لبحوث العمليات ، مرجع سابق ، ص 179.**

$$EF_j = MAX\left[ES_j + D_{i \cdot j}\right]$$

لهذا سميت بمرحلة الاتجاه الأمامي لاحتساب الأوقات المبكرة للأنشطة.[1]

- **الحسابات الزمنية الخلفية**

الزمن المتأخر للحدث : إن حساب الزمن المتأخر (LS) للحدث يأخذ عادة اتجاها عكسيا لسير المخطط الشبكي ، وبإتباع أسلوب الخطوة إلى الوراء وهذه الخطوة تبدأ عادة من الحدث الأخير، لانتهاء المشروع بالرجوع إلى الحدث الأول أي حدث البداية الذي لا بد أن يكون مساويا للزمن المبكر لبداية المشروع ، ولتحديد الزمن المتأخر لحدث ما يستوجب أن يطرح منه زمن إنجاز الفعالية($D_{i \cdot j}$) وفي حالة وجود أكثر من فعالية تصل أو تخرج من أحد الأحداث فيتم اختيار أطول الفعاليات بحيث نستطيع الوصول إلى الزمن المتأخرللحدث.

لذا فالمعادلة الرياضية لحساب LS_i إذا كان الحدثi يرتبط بأكثر من نشاط هي[2] :

$$LS_i = MIN\left[LF_j - D_{i \cdot j}\right]$$

أزمنة الفعاليات : هناك أربعة أزمنة للفعاليات ولكل فعالية زمن محدد، يتوقع أن تنجز فيه الأعمال وهذه الفترة الزمنية محددة بين ($D_{i \cdot j}$) والموارد البشرية والمادية المطلوبة تنفيذها خلال هذا الزمن حدث بداية وحدث نهاية للفعالية.

وقت البداية المبكرة (earliest star time): وهو أبكر وقت لابتداء نشاط ما بدون مخالفة

---

[1] **سهيلة عبد الله، الجديد في ألأساليب الكمية وبحوث العمليات ،مرجع سابق ،ص234 235.**

[2] **عبد الرسول عبد الرازق الموسوي، مدخل لبحوث العمليات ، مرجع سابق ،ص180 181**

متطلبات، النشاطات التي تسبقه ولا يمكن للنشاط أن يبدأ قبل هذا الوقت.

وقت النهاية المبكرة (earliest finish time): وهو أبكر وقت يمكن أن ينتهي عنده النشاط إذا بدأ في وقت البداية المبكرة، لا يمكن أن ينتهي هذا النشاط قبل هذا التاريخ وهو يحسب وفق العلاقة التالية:

$$EF_j = ES_i + D_{i \cdot j}$$

وقت النهاية المتأخرة (latest finish time): وهو آخر وقت يمكن أن ينتهي عنده النشاط دون أن يؤدي إلى تأخير المشروع ككل عن المدة المحددة.

وقت البداية المتأخر(latest star time): وهو آخر وقت يمكن لأي نشاط أن يبدأ دون تأخير المشروع ككل، وهو ناتج طرح مدة النشاط من وقت النهاية المتأخرة ويعطى هذا الوقت وفق ا لصيغة الرياضية التالية[1] :

$$LS_i = LF_j - D_{i \cdot j}$$

في الحسابات الأمامية ولغرض تحديد عدد الأزمنة المرتبطة بالحدث(j) يؤخذ بنظر الاعتبار راس السهم، أما في الحسابات الخلفية ولغرض تحديد عدد الأزمنة المرتبطة بالحدث (i) فإنه يؤخذ بنظر الاعتبار قاعدة السهم[2] .

مثال :1 فيما يلي مجموعة الأزمنة اللازمة لإتمام مشروع معين، و تتابعها الفني , وكذلك الوقت اللازم لإتمام النشاط كما هو موضح في الجدول التالي:

جدول رقم 09: أنشطة المشروع للمثال رقم 01

الترتيب	النشاط اللاحق	النشاط السابق	الوقت(يوم)
1	A	---------	5

[1] غالب العباسي، إدارة المشاريع، مرجع سابق، ص165 .

[2] محمود العبيدي، إدارة المشاريع منهج كمي، مرجع سابق، ص168 .

2	**B**	**A**	2
3	**C**	**A**	6
4	**D**	**B**	3
5	**E**	**C**	5
6	**F**	**D ; E**	4

المصدر :د، دلال صادق الجواد، بحوث العمليات، مرجع سابق، ص 238

المطلوب:

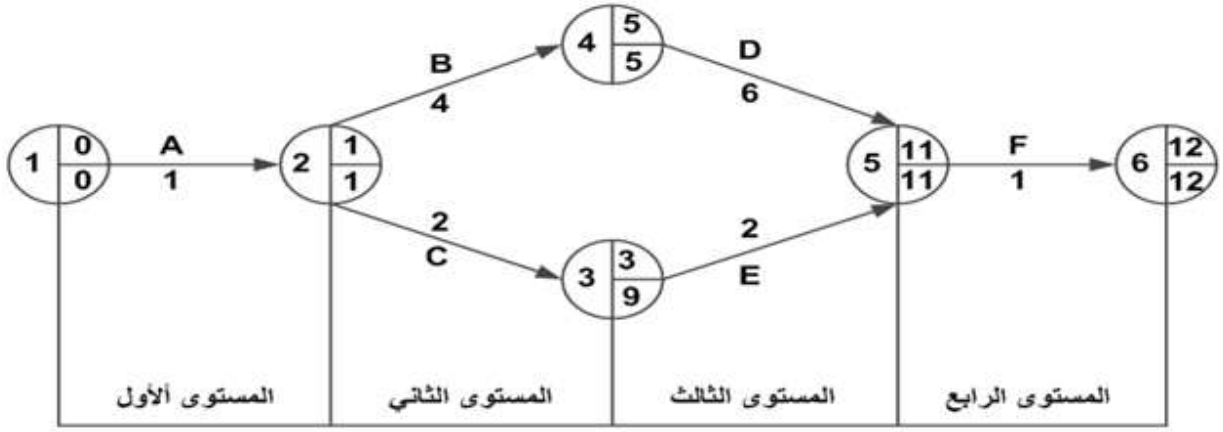
1-رسم الشبكة.

2-حساب مختلف الأزمنة.

الحل:

1-رسم الشبكة :الشبكة موضحة في الشكل12.3

الشكل 16:رسم شبكة الأعمال



المصدر:د، دلال صادق الجواد ،بحوث العمليات ،مرجع سابق ،ص 238،بتصرف من الباحث

تحديد المسار الحرج:

إن طريقة تحديد المسار الحرج تمر بمرحلتين:

المرحلة الأولى وهي الحسابات الأمامية والتي تحدد وقت الإبتداء المبكر للنشاط و**المرحلة الثانية** وهي مرحلة الحسابات العكسية والتي تحدد وقت الإنجاز المتأخر.[1] إذا كان يشكل أطول الطرق بين الحادثة الابتدائية والحادثة النهائية، **(CPM)** وندعو المسا ر الحرج بحيث يمر بعدد من الحوادث المتتالية والتي تتصل فيما بينها بعدد من الأسهم والنشاطات[2] .

ويمكن أن نوضح مجموعة من الملاحظات على المسار الحرج وذلك كما يلي:

- ترتب الأزمنة الحرجة على المسار الحرج الذي يعني ماهو التسلسل الذي ينبغي أن تكون عليه الأزمنة الحرجة، بحيث أن زمن تنفيذ المشروع ككل يكون أقل ما يمكن.
- إن معرفة الأزمنة الحرجة و الأزمنة الخاصة بها تسهل عملية التخطيط وإدارة الوقت وتنشيط عملية تنفيذ المشروع ، وأن تجاوز الوقت المحدد لأي نشاط حرج سوف يؤدي إلى تأخير المشروع بشكل عام.

[1] دلال صادق الجواد، بحوث العمليات، مرجع سابق، ص 222.

[2] محمد سالم ألصفدي، بحوث العمليات تطبيق وخوارزميات، الطبعة الأولى ،دار وائل للطباعة والنشر ، عمان - ألأردن، 1999 / 345ص.

- بقية النشاطات غير الحرجة لها اعتبارات خاصة بالنسبة للإحتياطات الزمنية[1] .

يتضح من خلال الشبكة أن هناك مسارين هما:

المسار الأول: A-B-D-F · 12 1+4+6+1

المسار الثاني: A-C-E-F · 06 1+2+2+1

آخر ويمثل المطلوب الحرج المسار عن يعبر الذي وهو المسارات أطول هو الأول المسار أن يتضح مما مدة زمنية مسموح بها لإنجاز المشروع حيث بعدها يعتبر المشروع متأخرا .أخيرا يمكننا القول بأن العملية الرقابية هي الأداة الفعالة للحد من الانحرافات و الأخطاء التي يمكن الوقوع فيها أثناء مزاولة نشاط المؤسسة ، و لكن ذلك شريطة أن تتخذ في الوقت المناسب و تستعمل الأدوات و الطرق المناسبة لذلك ، لأنها ترتبط ارتباطا وثيقا بوظيفة الإدارة ، فالتخطيط و التنظيم و التوجيه يؤثرون فيها و يتأثرون بها ، و لا معنى لوجود خطة ما لم يراقب مدى إنجازها و تنفيذها ، ولا معنى للرقابة إذا لم يكن هناك تنظيم جيد و مسؤولين يسهرون على سير هذا النشاط ، فالعمل في أي مؤسسة يجب أن يكون متكاملا و متصلا بعضه ببعض كي ترقى المؤسسة و تحقق ما تصبوا إليه. **و تتضح أولوية و أهمية الطرق الكمية في مجال إدارة الأعمال في اتخاذ القرار.**

[1] مؤيد عبد الحسين الفضل ،المنهج الكمي في إدارة الوقت ، مرجع سابق، ص2

قائمة المراجـــــع

قائمة المراجع:

I-باللغة العربية:

1- أحمد عبد اسماعيل الصفار، ماجدة عبد اللطيف التميمي، بحوث العمليات، دار المناهل للنشر و التوزيع، الأردن،. 2007 .
2- أكرم محمد عرفان المهتدي،الأسايب الكمية في اتخاذ القرارات الإدارية بحوث العمليات ، دار صفاء للنشر و التوزيع،. 2010 .
3- دلال صادق الجواد ، د,حميد ناصر الفتال، بحوث العمليات ،دار اليازوري العلمية للنشر والتوزيع ،عمان-ألأردن ، 2008 .
4- حلمي عبد الفتاح البشبيشي ، الطاهر إبراهيم إسماعيل، سيد أحمد عبد العاطي ، بحوث العمليات في المحاسبة، التعليم المفتوح ،القاهرة-مصر ، 1993 .
5- حسين إبراهيم بلوط، إدارة المشاريع ودراسة جدواها الاقتصادية ، دار النهضة العربية، بيروت-لبنان، 2006 .
6- حسين ياسين طعمة و آخرون،بحوث العمليات، دار صفاء للنشر و التوزيع،الأردن،2009 .
7- سهيلة عبد الله سعيد،الجديد في الأساليب الكمية و يحوث العمليات، دار الحامد،الأردن، .2007
8- عبد الرسول عبد الرازق الموسوي، المدخل لبحوث العمليات ، الطبعة الثانية ، دار وائل للنشر والطباعة ،عمان ألأردن،2006.
9- عبد الستار محمد العلي، إدارة المشروعات العامة، الطبعة الأولى، دار المسيرة للنشر والتوزيع والطباعة.
10- علي العلاونة ، محمد عبيدات، عبد الكريم عواد، بحوث العمليات في العلوم التجارية ،دار المستقبل للنشر والتوزيع ،عمان– ألأردن 2000.
11- محمد أحمد الطراونة، سليمان خالد عبيدات، مقدمة في بحوث العمليات، دار المسيرة للنشر والتوزيع، 2010 .
12- محمد راتول، بحوث العمليات، ديوان المطبوعات الجامعية، 2004 .
13- محمود الفياض،عيسى قدادة،بحوث العمليات، دار اليازوري للنشر والتوزيع، الأردن 2007.
14- محمد علي متولي عجوز، بحوث العمليات والإحصاء، دار الفكر الجامعي، مصر-ألإسكندرية، الطبعة الأولى، 2006 .
15- محمد ماضي توفيق إدارة وجدولة المشاريع، دار الجامعية، 2014.
16- مؤيد عبد الحسين الفضل ،المنهج الكمي في إدارة الوقت ،دار المريخ للنشر والتوزيع ،الرياض-السعودية ، 2008 .
17- مؤيد الفضل، تقييم وإدارة المشروعات المتوسطة والكبيرة، الطبعة ا لأولى، دار الوراق للنشر والتوزيع، عمان – ألأردن2009.
18- محمود العبيدي إ دارة المشاريع منهج كمي،الوراق للنشر والتوزيع،عمان -الأردن ، 2005.
19- محمود الجنابي، الأحدث في بحوث العمليات، دار الحامد للنشر و التوزيع،الأردن، 2010.
20- نجم عبود نجم، مدخل إلى الأساليب الكمية، مؤسسة الوراق للنشر و التوزيع، الأردن، 2013.

IIباللغة الأجنبية- :

1- Chantal Morly.gestion d'un projet système d'information, Dunod, paris, 2Ed, 2000, page 68-69.
2- Emmanuel djuatio ; management des projets techniques d'évaluation, analysé, choix et planification.
3- FREDERICK S.Hiller,GERALD J Liberman,Introduction To Operations Research,MCGraw Hill,USA,2010.
4- H.A. Taha, Operations Research ; An Introduction,Pearson Education INC,USA,2007
5- Henri-pierre madders, conduire un projet d'organisation guide méthodologique, édition organisation ,troisième édition.2003.
6- LAWRENCE L.lapin, WILLIAM D.Whisler;Quantitative Decesion Making,Thomson Learning International Devision,USA,2002.
7- Michel Nedzela, introduction a la science de la gestion, canada-Québec, 2Ed, 1984.
8- Pham thu quang, Jean joskowicz, CAS PRATIQUE DE CONDUITE DE PROJETS, Chiheb-Eyrolles.