الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة الجلفة

الجلفة في: 08 سبتمبر 2019

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

المجلس العلمي للكلية

رقم: 61/ م ع ك/ 2019

مستخرج محضر اجتماع المجلس العلمي

تبعا لاجتماع المجلس العلمي لكلية العلوم الاقتصادية، التجارية وعلوم التسيير المنعقد بتاريخ 21 جويلية 2019، فقد تم الموافقة على المطبوعة البيداغوجية التالية:

اسم ولقب الأستاذ	الدرجة العلمية	عنوان المطبوعة	المستوى
د. حديدي آدم	أستاذ محاضر أ	محاضرات في الرياضيات المالية	السنة الثانية جذع مشترك

رئيس المجلس العلمي

كلية العلوم الاقتصادية و العلوم التجارية
و علوم التسيير - جامعة الجلفة
رئيس المجلس العلمي للكلية

إمضاء: أ. د. تاوري محمد الطاهر

Scanné avec CamScanner

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة زيان عاشور – الجلفة –

كلية العلوم الاقتصادية والعلوم التجارية وعلوم التسيير

قسم العلوم المالية والمحاسبية

مطبوعة دروس لمقرر:

الرياضيات المالية

موجهة لطلبة السنة الثانية ليسانس جذع مشترك

من إعداد:

الدكتور: حديدي آدم

أستاذ محاضر – أ –

2020/2019

جامعة زيان عاشور بالجلفة
المجلس العلمي للكلية
العلوم الاقتصادية التجارية و علوم التسيير
جامعة زيان عاشور بالجلفة
مكتبة الكلية
العلوم الاقتصادية التجارية و علوم التسيير

الفهرس

المحتوى	رقم الصفحة
مقدمة	03-02
القسم الأول: العمليات المالية في الأجل القصير	46-05
❖ الفصل الأول: الفائدة البسيطة	05
❖ الفصل الثاني: خصم الديون بفائدة بسيطة	18
❖ الفصل الثالث: تسوية الديون بفائدة بسيطة	35
❖ الفصل الرابع: الحسابات الجارية بفائدة بسيطة	35
القسم الثاني: العمليات المركبة في الأجل الطويل	80-47
❖ الفصل الأول: الفائدة المركبة	47
❖ الفصل الثاني: خصم الديون بفائدة مركبة	56
❖ الفصل الثالث: الدفعات المالية	60
❖ الفصل الرابع: اهتلاك القروض	71
القسم الثالث: سلاسل تمارين في الرياضيات المالية	101-81
قائمة المراجع	102

تمهيد:

إذا اعتبرنا أن الرياضيات بصفة عامة من المداخل الحديثة لدراسة وقياس وتحليل الكثير من المشكلات في العلوم الأساسية والعلوم الإنسانية، فإن الرياضيات المالية تعتبر من أكثر فروع الرياضيات إسهاما في دراسة وقياس وتحليل كثير من الموضوعات في علوم الاقتصاد والعلوم الإدارية والمحاسبة منها على سبيل المثال زيادة الإنتاج، التمويل، الاستثمار، الائتمان...الخ، ونظرا لما لهذه الموضوعات من أهمية للدول المتقدمة والنامية وللمؤسسات العمومية والخاصة بصفة عامة والمؤسسات المالية والاقتصادية بصفة خاصة لذا كان من الأهمية بما كان أن يكون هذا المقياس ضمن برامج الدراسة في العلوم الاقتصادية كون أن الرياضيات المالية موضوع من المواضيع التسيير للمؤسسة الاقتصادية وهي من التقنيات في هذا المجال سواء لمتابعة العمليات الاستغلالية اليومية أو العمليات ذات المدى المتوسط والطويل المسؤول عن متابعة تسيير كل من الزبائن الموردون في المؤسسة لا يمكنه القيام بعمله دون تدخل من طرف الرياضيات المالية فيما يتعلق باختيار طرق التسديد أو التحصيل نقدا أو بعد فترة زمنية أو بشيك أو بورقة تجارية قابلة للخصم أو بعدة أوراق التجارية من العناصر الواجب متابعتها بحرص وبدقة مواعيد التسديد أو التحصيل أو تواريخ مقترحة إلى متابعة حسابات المؤسسة في الجهاز المصرفي خاصة إذا كان هناك تطبيق لنسب الفائدة للبعض منها ومالها من آثار على أرصدة الحسابات حسب الفترات ودورات الاستغلال، وفي المدى الطويل والمتوسط هناك عناصر ذات أهمية أيضا لابد متابعتها بعناية باستعمال طرق الرياضيات المالية.

ففي عملية التمويل نجد أكثر من اختيار ممكن لدى المؤسسة وحسب ظروفها في فترة معينة من اختيار نوع القروض وطريقة من طرق تسديده وما يتعلق بها من شروط ونتائج على المؤسسة وكذلك اختيار شروط وقيم الإستثمارات في حالة بحث المؤسسة عن استثمار أو توسع نشاطها من بين أكثر من إمكانية، بالإضافة إلى طرق استهلاك الإستثمارات المستعملة لدى المؤسسة إذ تتوفر أمامها أكثر من طريقة يمكن اختيار إحداها طبقا للظروف الداخلية والخارجية وتبعا لأهدافها وسياساتها في المدى المتوسط والطويل، وفي هذا الصياغ العام سنحاول بقدر

الإمكان التطرق لهذا المقياس –الرياضيات المالية– من خلال تقسيم البرنامج إلى قسمين يتمثل القسم الأول في العمليات المالية في الأجل القصير والقسم الثاني في العمليات المالية من الأجل الطويل.

القسم الأول: العمليات المالية في الأجل القصير

الفصل الأول: الفائدة البسيطة:

- **بيان الحكم الشرعي من الفائدة (الفوائد البنكية).**
- **مفهوم الفائدة البسيطة.**
- **عناصر الفائدة البسيطة.**
- **قانون الفائدة البسيطة.**
- **أنواع الفائدة البسيطة.**
- **طرق حساب الفائدة البسيطة.**

1. بيان الحكم الشرعي من الفائدة (الفوائد البنكية):

إن المعاملات التي تقوم بها البنوك التجارية وغيرها من البنوك المتخصصة والتي يدخل الدين بزيادة تضاف للدين الأصلي بنسبة مئوية من رأس المال مقابل الأجل بحسب مدته بأنها محرمة لأنها بالقرض ولان بالقرض ورد تحريمه نصا في القرآن الكريم لقوله تعالى: " ﴿وَإِنْ تُبْتُمْ فَلَكُمْ رُؤُوسُ أَمْوَالِكُمْ لَا تَظْلِمُونَ وَلَا تُظْلَمُونَ﴾ " البقرة: 279. فمفهوم الربا عند الجميع الأمم القديمة كان واحداً متعارف عليه وهو الزيادة سلما في القرض نظير الأجل فالفائدة ليست إلا زيادة في رأس المال المقترض وكل زيادة عليه بسبب الأجل فهي ربا لغة وشرعا وعرفا، ولقد جاء تحريم الفائدة_الربا_في القرآن الكريم والسنة النبوية، ففي القران الكريم يقول تعالى: " ﴿يَا أَيُّهَا الَّذِينَ آمَنُوا لا تَأْكُلُوا الرِّبَا أَضْعَافًا مُضَاعَفَةً وَاتَّقُوا اللَّهَ لَعَلَّكُمْ تُفْلِحُونَ﴾ " آل عمران:130، وقوله تعالى: "﴿الَّذِينَ يَأْكُلُونَ الرِّبَا لَا يَقُومُونَ إِلَّا كَمَا يَقُومُ الَّذِي يَتَخَبَّطُهُ الشَّيْطَانُ مِنَ الْمَسِّ ذَلِكَ بِأَنَّهُمْ قَالُوا إِنَّمَا الْبَيْعُ مِثْلُ الرِّبَا وَأَحَلَّ اللَّهُ الْبَيْعَ وَحَرَّمَ الرِّبَا فَمَنْ جَاءَهُ مَوْعِظَةٌ مِنْ رَبِّهِ فَانْتَهَى فَلَهُ مَا سَلَفَ وَأَمْرُهُ إِلَى اللَّهِ وَمَنْ عَادَ فَأُولَئِكَ أَصْحَابُ النَّارِ هُمْ فِيهَا خَالِدُونَ﴾. البقرة:275.

ودليل تحريم الربا في السُنة أحاديث كثيرة منها ما ورد عن أبي هريرة – رضي الله عنه – أن رسول الله – صلى الله عليه وسلم – قال: ((اجتنبوا السبع الموبقات))، قالوا: يا رسول الله، وما هن؟ قال: ((الشرك بالله، والسحر، وقتل النفس التي حرم الله إلا بالحق، وأكل الربا، وأكل مال اليتيم، والتولي يوم الزحف، وقذف المحصنات المؤمنات

الغافلات))؛ متفق عليه، وما رواه مسلم عن جابر عبد الله رضي الله عنه منهما قال: 'لعن الرسول الله (ص) اكل الربا وموكله كاتبه وشاهديه.

2. مفهوم الفائدة البسيطة:

يقصد بالفائدة البسيطة عموما هي مبلغ نقدي يدفعه المدين (المقترض) إلى الدائن (المقرض) مقابل إنتفاع الأول بمال الثاني لمدة معينة، وبسعر متفق عليه سواءًا بإستثمار هذا المبلغ أو الانتفاع منه، أما في حالة الإيداع فيعبر عن الفائدة بأنها المبلغ الذي يحصل عليه المودع مقابل إيداعه لمبلغ معلوم لمدة معينة وبسعر متفق عليه.

وبمعنى اخر الفائدة هي عائد رأس المال المستثمر (المقترض) أو المودع وعادة ما تحسب الفائدة البسيطة لكل وحدة زمنية لا تزيد عن السنة.

3. عناصر الفائدة البسيطة:

من التعريف السابق يمكن القول بأن قيمة الفائدة المسحوبة لأي مبلغ تتوقف على عوامل او عناصر ثلاثة وهي:

أ. **الأصل**: وهي قيمة رأس المال المقترض أو المودع والذي أساسه تحسب الفائدة البسيطة والذي يبقى ثابت طول فترة الإيداع أو الإقراض.

ب. المدة: جرت العادة في المعاملات المالية إستخدام الفائدة في العمليات المالية في الأجل القصير أن تكون غالبا سنة وهذا يعني بإمكانية المدة أن تكون جزء عمن السنة أي شهر أو أيام.

ج. المعدل: وهو عبارة عن فائدة وحدة النقود فقد جرى العرف في المعاملات المالية ذكر معدل الفائدة لكل مئة وحدة نقدية قدرها سنة أي بنسبة مئوية مثلا معدل فائدة 9% معناه أنه لكل مئة دينار تخصص فائدة قدرها تسعة دنانير.

4. قانون الفائدة البسيطة:

لو نرمز لقيمة الأجل بالرمز (c) ولمعدل الفائدة بـ (t) ولمدة التوظيف (n) ويكون رمز الفائدة البسيطة (i) فإن قانون الفائدة البسيطة يمكن إستنتاجه بالشكل التالي:

$$I = C \cdot T \cdot N$$

مثال: كم تصبح فائدة رأس مال قدره100000دج اودع في بنك يمنح فائدة قدرها 5 %لمدة 3سنوات

$$I = 100000 \times 0.05 \times 3$$

$$I = 15000$$

ملاحظة1: يطلق على المعادلة $I = C \cdot T \cdot N$ بقانون الفائدة البسيطة حيث يمكن بواسطة إيجاد أي من عناصر الفائدة البسيطة حيث يمكن بواسطته إيجاد أي من عناصر الفائدة بمعلومية العناصر الأخرى.

ملاحظة2: عندما نتحصل على نتيجة عشرية في حساب المدة فإنه بإمكاننا أن نقربها للأشهر أو للأيام وذلك بضرب القيمة العشرية في 12 وبضرب القيمة في 30.

مثال: أودع شخص مبلغ 100000دج في بنك يمنح فائدة بمعدل 10% فتحصل على فائدة قدرها 5650دج حدد مدة الإيداع.

$$I = C \cdot T \cdot N$$

$$5650 = 100000 \times 0 \cdot 1 \times N$$

$$N = 5 \cdot 65$$

5سنوات

$$0 \cdot 65 \times 12 = 7.8$$

7اشهر

$$0.8 \times 30 = \text{24يوم}$$

5 سنوات و7 أشهر و24 يوم.

بعض الحالات الخاصة بالمدة:

كثيرا ما تكون مدة الايداع في حالة الفائدة البسيطة أجزاء من السنة نذكر منها الأشهر أو الأيام أو محسوبة بين تاريخين لشكل مجال ففي هذه الحالة يتعين عليها تحديد المدة قبل تطبيق قانون الفائدة البسيطة.

أ. حالة المدة بالأشهر:

في هذه الحالة أو حالة حسابها بين تاريخين فإن وجدت أشهر كاملة فإنه يجب تحويلها إلى جزء من السنة وذلك بقسمتها على عدد من أشهر السنة بحيث تكون لها العلاقة التالية:

$$I = \frac{C \cdot T \cdot N}{12}$$

مثال1: إقترض شخص مبلغ قدره 49000دج بفائدة بسيطة وبمعدل 6% لمدة 4 أشهر. أحسب الفائدة المستحقة.

$$I = \frac{49000 \times 0{,}06 \times 4}{12} = 980DA$$

مثال2: 1فيفري 2009 أودع شخص مبلغ قدره 60000دج في بنك بمعدل فائدة 9%. أحسب الفائدة المستحقة في 1 نوفمبر 2009.

$$c = 60000t = 9\%, n = 9\text{أشهر}$$

[1فيفري2009 ← 01نوفمبر2009]

$$I = \frac{60000 \times 0{,}09 \times 9}{12} = 4050DA$$

ب. حالة المدة المعبر عنها بالأيام:

قبل تطبيق معادلة الفائدة البسيطة يجب حساب المدة ثم قسمتها على عدة أيام السنة ويجب قبل ذلك تحديد طبيعة السنة هل هي كبيسة أم عادية، ولمعرفة ذلك تقسم السنة على أربعة، فإن وجدت النتيجة بدون باقي أعتبرت السنة كبيسة وعدد أيامها 366يوم، وأما إذا لم تقبل القسمة على 4 أعتبرت السنة عادية وعدد أيامها

365 يوم، وفي هذه الحالة تحسب الفائدة الصحيحة أو الحقيقية لأن المدة حسبت على أساس مدة فعليا وتكون العلاقة بالشكل التالي:

$$I = \frac{C \cdot T \cdot N}{366\ /365}$$

مثال1: بتاريخ 10 فيفري 2006 إقترض شخص مبلغ قدره 100000دج على أن يسدد قيمة الفائدة بسيطة بتاريخ 22 جويلية 2006، فإن علمت أن معدل الفائدة 6%، أحسب مقدار الفائدة المترتبة على هذا الشخص.

- **تحديد طبيعة السنة:**

$$\frac{2006}{4} = 501{,}5$$

سنة عادية 365يوم

10فيفري ←22جويلية

ملاحظة: المبدأ في حساب عدد الأيام التي تفصل بين تاريخين هو إهمال اليوم الأول أو الأخير من التوظيف ونتبع هذا القاعدة التي تنص على أن رأس المال لا يتبع فوائد في يومه الأول من التوظيف وعليه فإن نقوم بطرح عدد أيام الشهر الأول من تاريخ التوظيف في هذا الشهر في حساب عدد أيام التوظيف كما يلي:

الشهر	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية
عدد أيام	18	31	30	31	30	22

$$n = 162$$

$$I = \frac{c \cdot t \cdot n}{365} = \frac{10000 \times 0{,}06 \times 162}{365}$$

$$I = 266{,}01$$

مثال2: بتاريخ 11 فيفري 2008 اقترض شخص مبلغ قيمته 40000دج على أن يسدد فائدته البسيطة في أخر جوان من السنة، إذا علمت أن معدل الفائدة 5%، أحسب الفائدة المترتبة على هذا الشخص.

- **تحديد طبيعة السنة:**

$$\frac{2008}{4} = 501$$

سنة كبيسة 366يوم

فيفري29يوم

الشهر	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان
عدد الأيام	29-11-18	31	30	31	30

N= 140يوم

$$I = \frac{c \cdot t \cdot n}{366}$$

$$I = \frac{40000 \times 0,05 \times 140}{366}$$

$$I = 765,02$$

5. أنواع الفائدة البسيطة:

الفائدة البسيطة نوعان:

أ. الفائدة البسيطة التجارية:

وتحسب على أيام السنة بها 360يوم يلجأ إليها البنك في الحياة العملية تسهيلا للعمليات الحسابية، لأن العدد 360 يقبل القسمة على الكثير من المعدلات الممثلة بمعدلات الفائدة وتعطي بالعلاقة التالية:

$$I_C = \frac{C \cdot T \cdot N}{360}$$

ب. الفائدة البسيطة الصحيحة الحقيقية:

تحسب على أساس عدد الأيام الفعلية او الحقيقية للسنة (365 أو 366 يوم) وتغطي فائدة أقل من الفائدة البسيطة التجارية، ولا يلجأ إليها البنك إلا في حالة كون الفائدة البسيطة التجارية في غير صالحه، وتعطى بالعلاقة التالية:

$$I_R = \frac{C \cdot T \cdot N}{365/366}$$

ملاحظة: قسم المختصون في هذا المجال السنة في الحساب الفائدة البسيطة للثلاثة أنواع:

أ. **السنة الآمرية (الحكومية):** وهي سنة تحسب فيها عدد الأيام 365يوم ويحسب العدد الحقيقي للأيام في كل شهر كما هو الحال في بريطانيا.

ب. **السنة المختلطة:** وهي سنة عدد أيامها 360يوم، ونأخذ عدد الأيام في كل شهر30 يوم، كما هو الحال في سويسرا وألمانيا.

ج. **السنة التجارية:** وهي سنة عدد أيامها 360يوم، ونأخذ العدد الحقيقي للأيام في كل شهر كما هو الحال في فرنسا الو.م.أ والجزائر.

ملاحظة: في حساب الفائدة البسيطة نستعمل الفائدة التجارية مالم يطلب بصراحة حساب الفائدة الصحيحة أي نستعمل السنة التجارية.

مثال: إقترض شخص مبلغ قدره 100000دج من10 فيفري 2009 على أن يسدد فائدته البسيطة بتاريخ 2009/07/22، بمعدل5%، المطلوب حساب الفائدة البسيطة التجارية والحقيقية.

الحل:

$$C = 100000$$

$$t = 5\%$$

$$n = 10/02 \rightarrow 22/07$$

السنة عادية 365يوم، بما أن شهر فيفري28يوم.

الشهر	فيفري	مارس	أفريل	ماي	جوان	جويلية
عدد الأيام	10-28-18	31	30	31	30	22

N= 162يوم

$$I_C = \frac{c \cdot t \cdot n}{360}$$

$$I_C = \frac{100000 \times 0,05 \times 162}{360}$$

$$I_C = 2250$$

$$I_R = \frac{c \cdot t \cdot n}{365}$$

$$I_R = \frac{10000 \times 0,05 \times 162}{365}$$

$$I_R = 2219,2$$

ج. العلاقة بين الفائدة الحقيقية والفائدة التجارية:

$$I_C = \frac{C \cdot T \cdot N}{360} \ , I_R = \frac{C \cdot T \cdot N}{365}$$

$$\frac{IR}{Ic} = \frac{\frac{c \cdot t \cdot n}{365}}{\frac{c \cdot t \cdot n}{360}}$$

$$\rightarrow \frac{IR}{Ic} = \frac{360}{c \cdot t \cdot n} = \frac{360}{c \cdot t \cdot n}$$

$$\frac{Ic}{Ic} = \frac{360}{365} \rightarrow \frac{Ir}{Ic}$$

$$73Ir = 72Ic \ldots.(1)$$

من (1) لدينا:

$$Ir = \frac{72Ic}{73} \dots . (2)$$

من (2) لدينا:

$$I_R = \frac{73Ic - IC}{73}$$

$$I_R = Ic - \frac{1}{73} Ic$$

$$\text{الفائدةالحقيقية} = \text{الفائدةالتجارية} - \frac{1}{73} \text{الفائدةالتجارية}$$

أو من (2) لدينا:

$$I_C = \frac{73Ir}{72}$$

$$= \frac{72Ir + Ir}{72} = \frac{73Ir}{72}$$

$$I_R = Ir + \frac{1}{72} Ir$$

$$\text{الفائدةالتجارية} = \text{الفائدةالحقيقية} + \frac{1}{72} \text{الفائدةالحقيقية}$$

أمثلة:

- **مثال1**: إقتراض شخص مبلغ قدره 20000دج لمدة 100يوم من أيام السنة الكبيسة، بمعدل فائدة قدره 5%أحسب الفائدة الحقيقية التي يدفعها هذا شخص، ثم استنتج قيمة الفائدة.
- **مثال2**: إذا علمت أن الفرق بين الفائدة التجارية والصحيحة يقدر بـ6.85دج وأن مدة توظيف المبلغ هي 6 أشهر، ومعدل الفائدة 10% أحسب المبلغ الموظف بكل الطرق الممكنة.
- **مثال3**: بلغت الفائدة التجارية لمبلغ 25000دج بمعدل 6% سنويا، ولمدة معينة بـ600دج، ماهي الفائدة الحقيقية لهذا المبلغ ولنفس المدة وماهي مدة التوظيف.

ملاحظة: يلاحظ في بعض الحالات أن وحدات التوظيف لا تتناسب مع معدل التوظيف، أي أن لمعدل المستعمل في ذلك لا يتناسب مع المدة لذلك وجب تعديل إحداهما على الآخر.

مثال: أحسب الفائدة البسيطة لمبلغ قدره 100000دج، وظف لمدة 3سنوات بمعدل فائدة قدره 2% لكل ثلاثي.

- **تعديل السنوات:**

$$3\text{سنوات} \times 4 = 12\text{ثلاثي}$$

$$I = 100000 \times 0{,}08 \times 3$$

$$I = 24000$$

- **تعديل المعدل:**

$$2\% \times 4 = 8\%$$

$$I = 100000 \times 0{,}08 \times 3$$

$$I = 240000$$

د. حساب الجملة (القيمة المحصلة أو المكتسبة):

إن المدين مطالب بتسديد كل من المبلغ المقترض وفائدته عند حلول موعد الإستحقاق وهو ما يطلق عليه بالجملة أو القيمة المحصلة أو القيمة المكتسبة ويمكن حسابها كما يلي:

الجملة = أصل القرض + الفائدة

$$A = C + I$$

$$A = c + c \cdot t \cdot n$$

$$A = C(1 + t \cdot n)$$

مثال: إقترض شخص قدره 500000دج لمدة 6سنوات، بمعدل 6% أحسب ما يدفعه هذا الشخص لدائنه في نهاية المدة

$$A = (1 + t \cdot n)$$

$$A = 50000(1 + 0{,}06 \times 6)$$

$$A = 68000$$

6. طرق حساب الفائدة البسيطة

هناك طريقتين لحساب الفائدة البسيطة:

أ. ط1: طريقة القواسم الثابتة المقابلة للمعدلات:

بما أن المعدل يكون دائما أقل من العدد الخاص بالأيام أو بالأشهر، فإن حاصل قسمة المعدل على عدد أشهر السنة أو أيامها يكون أقل من الواحد صحيح ويمكن تسمية هذه القسمة بالقاسم ونرمز له بالرمز D.

- **في حالة لمدة الأشهر:**

$$I = \frac{c \cdot t \cdot n}{1200}$$

$$I = \frac{c \cdot t \cdot n}{t\,{}^{1200}/_{t}}$$

$$I = \frac{c \cdot n \leftarrow \text{النمر}}{Dm}$$

حيث: $Dm = \frac{1200}{t}$

القاسم

- **في حالة المدة بالأيام:**

$$I = \frac{c \cdot t \cdot n}{36000}$$

$$I = \frac{c \cdot t \cdot n}{t} / \frac{36000}{t}$$

$$\rightarrow I = \frac{c \cdot n}{Dj} \leftarrow \text{النمر}$$

بحيث:

$$Dj = \frac{36000}{t}$$

مثال:

$$C = 50000$$

$$t = 6\%$$

$$n = \text{شهرين}$$

المطلوب: حساب الفائدة البسيطة.

$$I = \frac{C \cdot N}{Dj} = \frac{\frac{50000 \cdot 60}{36000}}{6}$$

$$I = 500DA$$

$$I = \frac{C \cdot n}{Dm} = \frac{50000 \cdot 2}{\frac{1200}{6}}$$

$$\mathrm{I} = 500\mathrm{DA}$$

ونستعين بالجدول التالي الذي يبين أهم القواسم بالأشهر والأيام لبعض المعدلات الشائعة الإستعمال:

t	**0,5**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7.5**	**8**
$\mathbf{D_m = \frac{1200}{t}}$	24000	1200	600	400	300	240	200	160	150
$\mathbf{D_J = \frac{36000}{t}}$	7200	36000	18000	12000	9000	7200	6000	4800	4500

ب. ط2: طريقة أجزاء المحتواة: تقسم لأربع طرق:

- طريقة الأجزاء الزمنية.
- طريقة الأجزاء المحتواة للمعدل.
- طريقة أجزاء المعدل والزمن.

- طريقة الأجزاء لرأس المال.

7. المعدل المتوسط لمجموعة من التوظيفات:

لتكن لدينا مجموعة من التوظيفات التالية على أساس معدلات مختلفة والقرارات الزمنية مختلفة كذلك

$$C_1\, t_1\, n_1, C_2\, t_2\, n_2 \cdots C_n\, t_n\, n_n$$

هل نستطيع تعويض كل التوظيفات بتوظيفات أخرى تتم بنفس المعدل T بشرط الحصول على نفس الفائدة.

ولحساب هذا المعدل ولتحقيق شرط تساوي الفائدة يجب أن نتحقق العلاقة التالية:

$$C_1\, t_1\, n_1, C_2\, t_2\, n_2\, , C_3\, t_3\, n_3 \cdots C_n\, t_n\, n_n$$

$$\frac{C_1\, t_1\, n_1}{360} + \frac{C_2\, t_2\, n_2}{360} + \frac{, C_3\, t_3\, n_3}{360} + \frac{C_n\, t_n\, n_n}{360}$$

$$= \frac{C_1\, T\, n_1}{360} + \frac{C_2\, T\, n_2}{360} + \frac{C_3\, T\, n_3}{360} \cdots + \frac{C_n\, T\, n_n}{360}$$

$$C_1\, t_1\, n_1 + C_2\, t_2\, n_2 + C_3\, t_3\, n_3 + C_n\, t_n\, n_n$$

$$= C_1\, T\, n_1 + C_2\, T\, n_2 + C_3\, T\, n_3 + \cdots + C_n\, T\, n_n$$

$$\sum_{i=0} C_i\, t_i\, n_i = T(C_1\, n_1 + C_2\, n_2 + C_3\ n_3 + \cdots + C_n\ n_n)$$

$$\sum C_i\, t_i\, n_i = T \sum C_i\, n_i$$

$$\Longrightarrow T = \frac{\sum C_i\, t_i\, n_i}{\sum C_i\, n_i}$$

الفصل الثاني: خصم الديون بفائدة بسيطة:

- **تعريف الخصم.**
- **أنواع الخصم.**
- **العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي.**
- **تطبيق Agio.**
- **المقارنة بين شروط الخصم بين بنكين أو أكثر.**

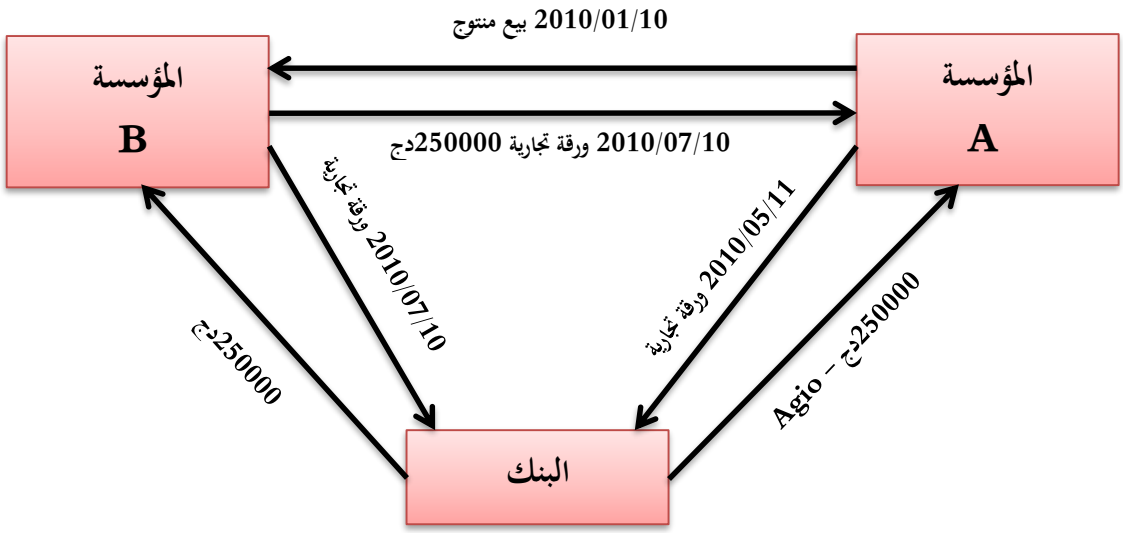
1. تعريف الخصم:

الخصم كعملية يعتبر الإجراء الذي يسمح لحامل الورقة التجارية أن يحولها إلى سيولة قبل تاريخ الإستحاق، وكمبلغ يعبر عن القيمة يقتطعها البنك أو الجهة التي قبلت الخصم على أساس معدل فائدة معين. والمدة التي تفصل بين تاريخ الخصم وتاريخ الإستحقاق تسمى مدة الخصم.

ويعرف الخصم قانونيا بأنه العملية التي بواسطتها يضع البنك تحت تصرف العميل مبلغ في شكل أوراق تجارية قبل تاريخ إستحقاقها مع خصم وإقتطاع فائدة.

مثال: في 2010/01/10 قامت المؤسسة (A) ببيع منتوج للمؤسسة (B) بمبلغ قدره 250000دج، على أن تسدد قيمتها في 2010/07/10 حيث قامت هذه الأخيرة بتحرير ورقة تجارية لفائدة المؤسسة (A) مستوفية كل الشروط القانونية التي تعترف في محتواها بدينها تجاه المؤسسة (A).

وبتاريخ 2010/05/11 إحتاجت لهذا المبلغ حيث أدى بالمؤسسة أن تتجه للبنك وتعرض عليه شراء هذه الورقة التجارية، وبعد التأكد من صحة الورقة يقوم البنك بدفع قيمة هذه الورقة إلى المؤسسة مع إقتطاع مبلغ يسمى مصاريف الخصم أو الأجيو، وبعد ذلك يكون البنك هو المالك الوحيد لهذه الورقة ولن نتحصل على قيمتها إلا في 2010/07/10 ويطلق على هذه العملية بخصم الورقة التجارية والذي نوضحه بالشكل التالي:



عملية خصم الأوراق التجارية

- القيمة المكتوبة على الورقة التجارية والمقدرة بـ250000دج تسمى بالقيمة الإسمية ونرمز لها بالرمز (V_n).
- تاريخ 2010/01/10 يسمى بتاريخ العقد.
- تاريخ 2010/05/11 يسمى بتاريخ المفاوضات.
- تاريخ 2010/07/10 يسمى بتاريخ الإستحقاق.
- المدة التي تفصل بين تاريخ المفاوضة وتاريخ الإستحقاق يطلق عليه بمدة الخصم.

وعليه يمكن تعريف الخصم التجاري عل أنه هو سعر الخدمات المقدمة من طرف البنك أي الفائدة المحسوبة على أساس القيمة الإسمية المسجلة على الورقة التجارية V_n وعلى أساس معدل الخصم t إلى المدة n والمحسوبة أو الفاصلة بين تاريخ المفاوضة وتاريخ الإستحقاق مع العلم ان معدل الفائدة يفرض من طرف البنك.

2. أنواع الخصم:

الخصم نوعان:

أ. الخصم التجاري:

يمكن إعتبار الخصم التجاري على أنه فائدة القيمة الإسمية عن الفترة الممتدة من تاريخ التصفية لتاريخ الإستحاق، وتحديد قيمة الخصم يكون وفقا للعلاقة التالية:

$$En = Vn \cdot T \cdot n$$

E_C: الخصم التجاري.

V_n: القيمة الإسمية.

t: معدل الخصم.

n: مدة الخصم.

$$Ec = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{12}$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{360}$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot n}{Dj/_m}$$

$$Dj = \frac{3600}{t}$$

- **القيمة الحالية التجارية:** هي عبارة عن الفرق بين القيمة الإسمية للدين ومقدار الخصم التجاري ونرمز لها بالرمز.

بحيث:

$$Va = Vn - Ec$$

$$Va = Vn - Vn\,Tn$$

$$Va = Vn(1 - Tn)$$

$$Va = Vn - \frac{Vn \cdot n}{D}$$

$$Va = \frac{DVn - Vn \cdot n}{D}$$

مثال1: ورقة تجارية محررة في 2010/04/15 تستحق الدفع في 2010/08/08، قيمتها الإسمية 20000دج خصمت في 10/06/09 بمعدل 6%سنويا.

المطلوب: إيجاد قيمة الخصم التجاري، والقيمة الحالية التجارية.

$$Vn = 20000$$

$$t = 6\%$$

$$n = 60\text{يوم}$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{360}$$

$$Ec = \frac{20000 \times 0{,}06 \times 60}{360}$$

$$= \frac{20000 \times 60}{Dj}$$

$$Dj = \frac{36000}{6}$$

$$\frac{Vn \cdot n}{Dj} = \frac{20000 \times 60}{6000}$$

$$Ec = 2000$$

القيمة الحالية التجارية:

$$Va = Vn - Ec$$

$$Va = 20000 - 200$$

$$Va = 19800$$

$$Va = Vn\left(\frac{D-n}{D}\right)$$

$$Va = 20000\left(\frac{6000-60}{6000}\right)$$

$$Va = 19800$$

مثال2: سند تجاري محرر في 04/30 يستحق الدفع25 /07 بلغ خصمه التجاري بمعدل 10%سنويا، 500000دج. ماهي القيمة الإسمية لهذا السند إذا تم تقديمه للخصم بتاريخ 26 /05 من نفس السنة.

مثال3: سند قيمة الإسمية 12000دج سيتحق الدفع في 04/25 /10 خصم في 01/15 بمعدل خصم ما، وقد بلغت قيمته الحالية التجارية 11700دج. ماهو الخصم المطبق.

مثال04: سند قيمته 6000دج بمعدل خصم 6% وبلغت قيمته الحالية 5920دج، أوجد تاريخ الخصم إذا علمت أنه يستحق في 2009/12/03.

ب. الخصم الحقيقي (الصحيح):

رأينا في المثال السابق (1) أن البنك بتاريخ 09 جوان ومعدل خصم 6% قدم لصاحب الورقة التجارية 19800دج مقتطع من القيمة الإسمية والتي تقدر بـ: 20000دج خصما قدره 200دج، وهكذا قام بإحتساب فائدته على أساس القيمة الإسمية 20000دج وليس على أساس القيمة الحالية أي القيمة الحقيقية التي أفترضت فعلا ومن المنطق أن الخصم يحسب على أساس القيمة الحالية الحقيقية للسنة، المقدم من طرف البنك، وليس على أساس القيمة الإسمية، من هذه الملاحظة تبرر لنا وجود الخصم التجاري يسمى بالخصم العقلاني أو الرشيد أو الحقيقي أو الصحيح، وقيمة حالية أخرى تسمى القيمة الحالية الحقيقية.

- **تعريف الخصم الحقيقي:**

يعرف الخصم الحقيقي على أنه فائدة القيمة الحالية الحقيقية من تاريخ الخصم حتى تاريخ الإستحقاق، ويمكن تحديد علاقة الخصم الحقيقي بالعلاقة التالية:

الخصم الحقيقي = القيمةالحاليةالحقيقية × معدل الخصم × المعدل

$$Er = Va \cdot ´t \cdot n$$

حيث:

Er: الخصم الحقيقي.

Va': القيمة الحالية الحقيقية.

$$Va´= Vn - Er$$

ويكتب أيضا:

بالسنوات:

$$Er = Va' \cdot t \cdot n$$

بالأشهر:

$$Er = \frac{Va' \cdot t \cdot n}{12}$$

بالأيام:

$$Er = \frac{Va' \cdot t \cdot n}{360}$$

$$Er = \frac{Va' \cdot n}{D} \leftarrow \text{النمروالقاسم}$$

- **الخصم الحقيقي بدلالة Vn**:

$$Er = f(Vn)$$

$$Va = Vn - Er \rightarrow Vn = Va' + Er \ldots.(1)$$

$$Vn = Va' + \frac{Va'\ t \cdot n}{360}$$

$$Vn = \frac{360Va' + Va'tn}{360}$$

$$Vn = Va'\left(\frac{360 + tn}{360}\right)$$

$$Va' = \frac{Vn \times 360}{360 \times t \cdot n} \ldots.(2)$$

$$Vn = Va' + ER \rightarrow Vn = Va' + \frac{Va' \cdot n}{D}$$

$$Vn = D\,Va' + Va'\,n$$

$$Va' = \frac{Vn\,D}{D + n} \ldots.(3)$$

$$Er = Vn - Va' \ldots.(4)$$

بتعويض (2) في المعادلة (4):

$$Er = Vn - \frac{Vn360}{360 + t \cdot n}$$

$$Er = \frac{Vn360 + Vnt \cdot n - Vn360}{360 + t \cdot n}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{360 + tn}$$

بتعويض (3) في المعادلة (4)نجد:

$$Er = Vn - \frac{Vn\,D}{D + n}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot D + Vn \cdot n - Vn \cdot D}{D + n}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D + n}$$

مثال: نفس معطيات المثال السابق أوجد الخصم الحقيقي والقيمة الحالية الحقيقية 'Va.

حساب الخصم:

$$Er = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{360 + t\,n}$$

$$Er = \frac{20000 \cdot 0{,}06 \cdot 60}{360 + 0{,}06 \cdot 60}$$

$$Er = 198{,}01$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D \cdot n}$$

$$Er = \frac{20000 \times 60}{6000 \times 60}$$

$$Er = 198{,}01$$

حساب القيمة الحقيقية:

$$Va' = Vn - Er$$

$$Va' = 20000 - 198{,}01$$

$$Va' = 19801{,}99$$

3. العلاقة بين الخصم التجاري والخصم الحقيقي:

✓ **مقارنة بين الخصمين:**

من المثال السابق نجد أن:

- Ecأكبر من Er.
- Và أكبر من Va.

✓ **القسمة Ec/Er:**

$$Ec = \frac{Vn \cdot n}{D}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D + n}$$

$$\frac{Ec}{Er} = \frac{\frac{Vn \cdot n}{D}}{\frac{Vn \cdot n}{D + n}}$$

$$= \frac{Vn \cdot n}{D} \times \frac{D+n}{Vn \cdot n}$$

$$\frac{Ec}{Er} = -$$

✓ الفرق بين**Ec –Er**:

$$Ec = \frac{Vn \cdot n}{D}$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D+n}$$

$$Ec - Er \rightarrow \frac{Vn \cdot n}{D} - \frac{Vn \cdot n}{D+n}$$

$$\rightarrow \frac{Vn \cdot n(D+n) - Vn \cdot n \cdot D}{D(D+n)}$$

$$\rightarrow \frac{Vn \cdot n + Vn \cdot n^2 - Vn \cdot n \cdot D}{D(D+n)}$$

$$Ec - Er = \frac{Vn \cdot n^2}{D(D+n)}$$

✓ العلاقة بين الخصمين والقيمة الإسمية:

$$Vn = f(Ec \cdot Er)$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot n}{D} \rightarrow n = \frac{Ec \cdot D}{Vn} \ldots (1)$$

$$Er = \frac{Vn \cdot n}{D+n} \rightarrow Er\ D + Er\ n = Vn \cdot n$$

$$\rightarrow ErD = Vn \cdot n - Er \cdot n$$

$$\rightarrow Er\ D = n(Vn - Er)$$

$$\rightarrow n = \frac{Er\ D}{Vn - Er}$$

بالمساواة بين (1) و(2):

$$\frac{Ec\ D}{Vn} = \frac{Er\ D}{Vn - Er}$$

$$Ec(Vn - Er) = Vn\ Er$$

$$Ec\ Vn - Ec\ Er = Vn\ Er$$

$$Ec\ Vn - Vn\ Er = Ec \cdot Er$$

$$Vn(Ec - Er) = Ec \cdot Er$$

$$Vn = \frac{Ec \cdot Er}{Ec - Er}$$

4. تطبيق الآجيو:

مصاريف الخصم تسمى بالآجيو يحصل البنك عند خصم الأوراق التجارية إضافة للخصم التجاري على عملات لقيامه بعملية الخصم، كما يحصل أيضا على مصاريف تسمى مصاريف التحصيل مجموع هذه المصاريف أو التكاليف التي ينقضاها البنك عند قيامه بعملية الخصم تسمى بالآجيو

الآجيو= الخصم التجاري +العملات +الرسوم

Agoi Totol=Ec+Commission+impot

أ. **محتويات الآجيو:**

- **الخصم التجاري:** هو سعر الخدمات المقدمة من طرف البنك وتتم هذه العملية داخل البنك.

$$=\frac{Vn \cdot n}{D} Ec = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{36000}$$

- **العمولات:** هي مجموع التكاليف الناتجة عن عملية الخصم ومن بينها:

- **العمولات المرتبطة بالزمن:** وهي عملات مرتبطة بالسند أو الورقة التجارية، تحسب تماما كالخصم التجاري، أي على أساس معدل العمولة t' وعلى أساس القيمة الإسمية Vn وعلى أساس n المدة

التي تفصل بين تاريخ المفاوضة وتاريخ الإستحقاق ومثل هذه العملات نجد عمولة التظهير (أي الكتابة على ظهر الورقة التجارية وأخذ عمولة عليها).

$$Com_1 = \frac{Vn \cdot t\prime \cdot n}{36000}$$

- **العمولات الغير مرتطبة بالزمن**: تحسب فقط على أساس القيمة الإسمية Vnومعدلة العمولة، مثل هذه العمولات، عمولة تحويل المكان (إذا كان المدين يقيم في منطقة ليس للبنك فروع فيها)

$$Com_2 = \frac{Vn \cdot t}{100}$$

- **العمولات الثابتة**: وعادة تعطى بمبلغ مباشر، مثل كشف الرصيد، مثلا:

Com Fix=10DA

- **الرسوم**: وهي مصاريف أخرى تحسب على أساس القيمة الصافية Vnet.

$$Vnet = Vn - [Ec + commission]$$

$$Impot = Vnet \times \text{معدل الرسم}$$

مثال: في تاريخ 2010 /11/18 قمنا بخصم ورقة تجارية قيمتها الإسمية 60000DA، تستحق في 25 /2011/01، شرط الخصم كانت كالتالي:

- معدل الخصم4%.
- عمولة التظهير 0.4%.
- عمولة تحويل المكان 0.6%.
- عمولة ثابتة تقدر بـ240دج.
- أحسب قيمة Agoi Total إذا كان معدل الرسم يقدر 8%.

الحل:

$$Vn = 60000DA$$

$$t = 4\%$$

$$t' = 0.4\%$$

$$n = 68$$

$$t'' = 0,6\%$$

$$Com\ Fix = 24DA$$

معدل الرسم 8%

حساب الأجيو الكلي:

$$Agoi = Ec + Com1 + Com2 + Com\ Fix + Impot$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{36000}$$

$$Ec = \frac{60000 \cdot 4 \cdot 68}{36000}$$

$$Ec = 453,33$$

$$Com1 = \frac{Vn \cdot t' \cdot n}{36000} = \frac{60000 \cdot 0,4 \cdot 68}{36000}$$

$$Com1 = 45,33$$

$$Com2 = \frac{Vn \cdot t''}{1000} = \frac{60000 \cdot 0,6}{1000}$$

$$Com2 = 36$$

$$Vnet = Vn - [Ec + commission]$$

$$Vnet = 60000 - 453,33 + 105,33$$

$$Vnet = 59441,34$$

$$Impot = Vnet \times \text{معدل الرسم}$$

$$Impot = 59441{,}34 \times 0{,}08$$

$$Impot = 4755{,}30$$

$$Agoi = Ec + Commission + Impot$$

$$Agoi = 453{,}33 + 105{,}33 + 4755{,}30$$

$$Agoi = 5313{,}96DA$$

ملاحظات:

- ✓ **حساب عدد الأيام:** التي يجب على أساسها الخصم هي عدد الأيام التي تفصل بين تاريخ الخصم والإستحقاق مع إهمال إحداهما.
- ✓ للإستعمال يستوجب أيضا أخذ السنة التجارية (360يوم)، وتحسب أيامها الحقيقية
- ✓ **الحد الأدنى للأيام:** عند تقديم ورقة تجارية للخصم فإن البنك يحسب لها الفترة الفاصلة بين تاريخ الخصم والإستحقاق، وإذا لم تصل هذه المدة عدد أدنى من الأيام فإن البنك يحسب ويطبق الحد الأدنى للأيام، حيث حددت المدة الأدنى بـ: 10 أيام للورقة في عين المكان، وب20 يوم خارج المكان. مثال: من 05/18 إلى 25 /05.
- ✓ مجموع العمولات والرسوم لها فعالية في زيادة المعدل الذي تتحمله المؤسسة أوالمستفيد الأول، عند عملية الخصم ويمكن التعبير عن معدل مجموع التكاليف المترتبة عن الخصم بالمعدل الحقيقي، والذي نرمز له بالرمز t_r والذي يحسب على أساس كل التكاليف التي تأدي لعملية الخصم، أي على أساس الأجيو.

$$Agoi = \frac{Vn \cdot Tr \cdot n}{36000}$$

$$Tr = \frac{Agoi \cdot 36000}{Vn \cdot n}$$

$$Agoi = Ec + Com1 + Com2 + Com\ Fix$$

$$\frac{Vn \cdot Tr \cdot n}{36000} = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{36000} + \frac{Vn \cdot t' \cdot n}{36000} + \frac{Vn \cdot t''}{100} + Com\ Fix$$

$$\frac{Vn \cdot Tr \cdot n}{36000} = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{36000} + \frac{Vn \cdot t' \cdot n}{36000} + \frac{Vn \cdot t''}{100}$$

$$\times \frac{n \cdot 360}{n \cdot 360} + \frac{ComFix \cdot n \cdot Vn \cdot 36000}{n \cdot Vn \cdot 36000}$$

$$Tr = t + t' + \frac{360t''}{n} + \frac{36000Com\ Fix}{n \cdot Vn}$$

$$+ \frac{3600Impot}{n \cdot Vn}$$

مثال: القيمة الإسمية الورقة 60000دج، تستحق بعد 60يوم، شروط الخصم كانت كالتالي:

- معدل الخصم4%.
- عمولة التظهير0.4%.
- عمولة تحويل المكان 0.6%.
- عمولة ثابتة تقدر بـ240دج.

أحسب الأجيو والقيمة الصافية إذا كان الرسم يقدر بـ 8%.

الحل:

$$Vn = 60000DA$$

$$t = 4\%$$

$$t' = 0.4\%$$

$$t'' = 0{,}6\%$$

$$Com\ Fix = 24DA$$

معدل الرسم8%

$$Agoi\ T = Ec + Com1 + Com2 + Com\ Fix + Impot$$

$$Ec = \frac{Vn \cdot t \cdot n}{36000}$$

$$Ec = \frac{60000 \cdot 0,04 \cdot 60}{36000}$$

$$Ec = 400$$

$$Com1 = \frac{Vn \cdot t' \cdot n}{36000} = \frac{60000 \times 0,4 \times 60}{36000}$$

$$Com1 = 40$$

$$Com2 = \frac{Vn \cdot t''}{1000} = \frac{60000 \times 0,6}{1000}$$

$$Com2 = 36$$

$$Impot = Vnet \times \text{معدل الرسم}$$

$$Vnet = Vn - [Ec + com1 + com2 + comFix]$$

$$Vnet = 60000[476 + 24]$$

$$Vnet = 59500$$

$$Impot = \frac{59500 \times 8}{100}$$

$$Impot = 4760$$

$$Agoi\ T = Ec + Com1 + Com2 + Com\ Fix + Impot$$

$$Agoi\ T = 400 + 40 + 36 + 24 + 4760$$

$$Agoi\ T = 5260$$

ط1:

$$Agoi = \frac{Vn \cdot Tr \cdot n}{36000}$$

$$Tr = \frac{Agoi \cdot 36000}{Vn \cdot n}$$

$$Tr = \frac{5260 \cdot 60}{60000 - 60}$$

$$Tr = 52,6$$

ط2:

$$Tr = t + t' + \frac{360t''}{60} + \frac{36000com\ Fxi}{Vn \times n} + \frac{36000Impot}{Vn \times n}$$

$$Tr = 4 + 0,4 + \frac{360.0,6}{600} + \frac{36000 \times 24}{60000 \times 60} + \frac{36000 \times 4760}{60000 \times 60}$$

$$Tr = 52,6$$

5. المقارنة بين شروط الخصم بين بنكين أو أكثر:

لدينا بمكان يفرضان الشروط التالية:

- البنك A يفرض معدل خصم يقدر ب4,3% معدل تظهير0,4%، معدل تحويل المكان 0,5%.
- البنك B يفرض معدل خصم يقدر ب4,9% معدل تظهير0,4%، معدل تحويل المكان0,4%.

ورقة تجارية تخصم بعد nيوم.

❖ عبر بدلالةn عن المعدل الحقيقي للخصم لكل بنك.

❖ بين عن طريق عدد الأيام ماهو البنك الذي يحقق أفضل الشروط.

البنك: A

$$t_A = 4,3\%\ , t_{A'} = 0,4\%, t_{A''} = 0,5$$

البنك: B

$$t_B = 4,3\%\ , t_{B'} = 0,4\%, t_{B''} = 0,5$$

$$t_A = t_A + t_{A'} + \frac{360\ t''}{n}$$

$$t_{a^r} = 4,3 + 0,4 + \frac{360 \times 5}{n}$$

$$t_{a^r} = 4,7 + \frac{180}{n}$$

$$\Rightarrow \frac{36}{n} > 0{,}6$$

$$36 > n \times 0{,}6$$

$$n < 60$$

$-t_A > t_B$: إذا $n < 60$

نتوجه إلى البنك B

$t_A > t_B \;\; n < 60$ نتوجه إلى البنك B

$t_{r\,a} = t_{r\,b} \; n = 60$ البنك A أو B

الفصل الثالث: تسوية الديون بفائدة بسيطة

- **تكافؤ الأوراق التجارية.**
  - **تكافؤ ورقتين تجاريتين؛**
  - **تكافؤ ورقة تجارية مع مجموعة من الأوراق التجارية؛**
  - **تكافؤ مجموعتين من الأوراق التجارية.**
- **تطبيق التكافؤ.**

تمهيد:

كثيراً ما يلجأ المدين إلى طلب تسوية ديونه إتجاه الدائين إذا توقع ظروف قد تؤدي لعدم الوفاء بديونه في مواعيد إستحقاقها، فيتفق مع دائينه على تعديل ديونه وإستبدالها بديون أخرى تتناسب مع ظروفه بشرط أن لا يضر بالدائين، وتتم التسوية بين الطرفين على أساس أن قيمة الديون القديمة وقت إستبدالها يساوي الديون الجديدة في هذا التاريخ، وهذا ما سنتطرق إليه وهو ما يعرف بتكافؤ الديون أو تكافؤ الأوراق التجارية أو تسوية الديون وإستبدال الأوراق التجارية.

1. تكافؤ الأوراق التجارية:

أ. تكافؤ ورقتين تجاريتين (سندي دينين):

نقول عن ورقتين أنهما متكافئتين بنفس المعدل: بتاريخ ما إذا تبين أن القيمة الحالية للورقة الأولى مساوي للقيمة الحالية للورقة الجديدة لأن معادلة التكافؤ تؤدي لتساوي القيم الحالية.

لنفرض أن لدينا سند أول قيمته الإسمية Vn_1 تستحق بعد $n1$ بمعدل خصم t نريد إستبداله بسند ثاني قيمته الإسمية Vn_2 يستحق بعد n_2 بنفس معدل الخصم t، فنستطيع إستبدال هذين الدينين إذا تحقق شرط التكافؤ وهو تساوي القيم الحالية، أي أن القيمة الحالية للسند الأول تساوي القيمة الحالية للسند الثاني.

$$_1= Va_2Va$$

$$Vn1 - \frac{Vn1 \cdot n1}{360} = Vn2 - \frac{Vn2tn2}{360}$$

↑ شرط التكافؤ

ب. تكافؤ ورقة تجارية بمجموعة من الأوراق أوسند لمجموعة من السندات:

نفس المبدأ إذا أردنا إستبدال ورقة تجارية أو دين بمجموعة من الأوراق التجارية أو الديون لابد أن يتحقق شرط التكافؤ هذا نعني تساوي القيم الحالية:

شرط التكافؤ:

$$Va = Va1 + Va2 + Va3$$

$$Vn - \frac{Vn \cdot n}{D} = Vn1 - \frac{Vn1 \cdot n1}{D} + Vn2 - \frac{Vn2 \cdot n2}{D} + V3 - \frac{Vn3 \cdot n3}{D}$$

$$Vn - \frac{Vn \cdot n}{D}$$

$$= Vn1 + Vn2 + Vn3 - \left(\frac{Vn \cdot n1 + Vn2 \cdot n2 + Vn3 \cdot n3}{D}\right)$$

$$Vn - \frac{Vn \cdot n}{D} = \sum Vni - \frac{Vni \cdot ni}{D}$$

ج. تكافؤ مجموعة من الأوراق التجارية أو السندات لمجموعة أخرى من الأوراق التجارية أو السندات:

لتتكافؤ مجموعة من الديون مجموعة أخرى أو إستبدالها لابد أن يتحقق شرط التكافؤ بتساوي مجموعة القيم الحالية للمجموعة الأولى مع مجموع لقيم الحالية للمجموعة الثانية أي:

$$\begin{cases} Vn1 \rightarrow n1\ Vm1 \rightarrow m1 \\ Vn2 \rightarrow n2\ Vm2 \rightarrow m2 \\ Vn3 \rightarrow n3\ Vm3 \rightarrow m3 \end{cases}$$

$$\sum Vn - \frac{Vn \cdot n}{D} = \sum Vni - \frac{Vni \cdot ni}{D}$$

2. تطبيق التكافؤ:

أ. تاريخ الإستحقاق المشترك:

هو عبارة عن تاريخ إستحقاق الورقة الوحيدة المعوضة بمجموعة من الأوراق في الحالة العامة أي أن القيمة الإسمية للورقة الوحيد لاتساوي مجموع القيم الإسمية للورقة الوحيدة المعوضة.

مثال: أحسب تاريخ إستحقاق ورقة تجارية قيمتها الإسمية 50000دج معوضة بثلاثة أوراق Vn_1=100تستحق بعد سنتين 18000دج =Vn_2 بعد 6سنوات 20000دج =Vn_3بعد10سنوات المعدل 7%.

$$Vn \neq Vn1 + Vn2 + Vn3$$

$$Vn - \frac{Vn - n}{D} = \sum Vni - \frac{Vnini}{D}$$

ب. تاريخ الإستحقاق المتوسط:

هو عبارة عن تاريخ الورقة الواحدة المعوضة بمجموعة من الأوراق في الحالة الخاصة أي عندما تكون القيمة الإسمية الورقة الوحيدة تساوي مجموع القيم الإسمية للأوراق المعوضة.

$$Vn - \frac{Vn - ni}{D} = \sum Vn - \frac{\sum Vni \cdot ni}{D}$$

$$Vn \cdot ni = \sum Vn \cdot ni$$

$$n = \frac{Vn \cdot ni}{Vn}$$

الفصل الرابع: الحسابات الجارية بفائدة بسيطة

- **مفهوم الحسابات الجارية.**
- **أنواع الحسابات الجارية.**
- **طرق مسك(قفل) الحسابات الجارية.**
  - **الطريقة المباشرة(المستقيمة).**
  - **طريقة الأرصدة HAM bourg.**

تمهيد:

أدى إنتشار التجارة ورواجها إلى مضاعفة العمليات التجارية وخاصة بعد ظهورها وتطورها، إذا أصبحت البنوك تقدم خدمات كبيرة للمتعاملين معها ومن بين هذه الخدمات فتح الحسابات الجارية لهم، حيث يقوم هؤلاء المتعاملون بإيداع أموالهم بموجب قيمة إيداع، وسحب أموالهم عند حاجتهم لها بموجب شيكات، كما يقوم البنك بتحصيل الشبكات لصالح العميل ويقوم بدفعها نيابة عنه، إذا كانت مسحوبة عليه في فترات دورية يقوم البنك بتصوير كشف الحساب يبين فيه العمليات التي تمت بينه وبين العميل ومنها حساب الفوائد على الإيداع والمصاريف على السحب.

1. مفهوم الحسابات الجارية:

هي عبارة بيان جمع القيم النقدية الجارية التي تتم لشخص ما طبيعي أو معنوي مع باقي الأعوان الإقتصاديين يتفق فيه على تقييد كافة العمليات التي تتم بينهما في حساب خاص بدلاً من سداد كل هذه العمليات أو تضيفها على حدى، والحسابات الجارية تعتبر في الواقع جداول تستفيد من استعمالات أحدى مبادئ المحاسبة وهو القيد المزدوج فهذه الجداول إذا لم تطبق هذا المبدأ كاملا فهي تخضع إلى التسجيل للعمليات بطرفين إحداهما مدين والثاني دائن وتسجل هذه الجداول مختلف العمليات بين البنك التجاري والمؤسسات شبه المصرفية (البريد والتأمينات)

والزبون بطريقة مستمرة لتغدو هذه الهيئات كشفا لها متى شاءت وهذه العمليات في الواقع تأتي من كون المؤسسات المذكورة وجدت من أجل دور المتخصص للإدخار، الأعوان الإقتصاديون من جهة ولتمويل الإقتصاد من جهة أخرى.

وتأخذ العمليتين صورة الإيداع للأول والسحب للثاني في الحسابات الجارية، ويكون الإيداع بطرق مختلفة نقداً، وشيك، وتحصيل سندات تجارية أو بيع أوراق مالية لصاحب الحساب، أما السحب فيكون بطريقة عكسية أي سحب نقدا، شيك دفع سندات تجارية، أو شراء أوراق مالية لصاحب الحساب وتسجيل عمليات الإيداع في الجانب الدائن من الحساب، وعمليات السحب في جانبه المدين ويعد البنك أو المؤسسة المصرفية دورياً كشف للعمليات بينه وبين زبونه وتخضع هذه الكشوفات لشروط متفق عليها مسبقا مثل تطبيق الفوائد إن وجدت....مما يتتبع أكثر من نوع لهذه الحسابات.

2. أنواع الحسابات الجارية:

هناك نوعين من الحسابات الجارية:

أ. الحساب الجاري البسيط:

هو حساب تقيد فيها القيم النقدية لجميع العمليات الجارية بين شخصين، ومنه يعرف حالة الواحد إزاء الآخر في مدة معلومة كونه دائن أو مدين ورصيد هذا الشخص هو الفرق بين المبلغ المدينة والدائن وهي حسابات لا تحسب عليها فوائد وبالتالي لا يتحمل البنك ولا الزبون فوائد أو مصاريف ماعدا العمولة التي يتحصل عليها البنك مقابل ما يقدمه من خدمات ومصاريف البريد إن وجدت وهذا النوع من الحسابات موجود في الحسابات الجارية البريدية وفي بعض البنوك التجارية.

ب. الحساب الجاري بفوائد:

وهو حساب يمكن بموجبه لشخصين يتعاملان معاً أن يعرفا في تاريخ علاقته عليهما بالآخر ليس فقط من حيث الفوائد الناتجة عن وجود هذه المبالغ المقيدة في الحساب بل أيضا من حيث الفوائد الناتجة عن وجود هذه المبالغ في الحساب وفقا لشروط متفق عليها مع الإشارة أن الفوائد تحسب إما على الإيداع فقط أو على الإيداع والسحب معا بمعدل مشترك أو بمعدلين مختلفين يكون فيها معدل السحب دائما أكبر.

3. طرق مسك الحسابات الجارية بفوائد:

لإستخراج أرصدة الحسابات يمكن إتباع طريقتين:

أ. ط1: الطريقة المستقيمة(المباشرة):

تسمى هذه الطريقة بالمباشرة لأن الفوائد تحسب فيها مباشرة على المبالغ من تاريخ إستحقاقها إلى غاية تاريخ إقفال والحساب وتسجل هذه المبالغ حسب هذه الطريقة بجانبين المدين أو الدائن، بحسب تواريخ القيد بصفة عامة نلاحظ ما يلي:

-تاريخ إقفال كل حساب يكون عادة في نهاية كل ثلاثي؛

- تحسب الفوائد سواءًا على المبالغ المودعة أو المحسوبة؛
- معدل الفائدة ثابت بجانبين الدائن والمدين ويدخل ضمن إشتراط معدل تشابه الفوائد من حيث أنها تجارية أو صحيحة إلا أنه عادة يستعمل الفائدة التجارية حتى وإن لم يشر إلى نوع الإستعمال المستخدم.
- المبالغ المدنية (المسحوبات) تسحب عليها الفوائد ويتحملها الزبون، أما المبالغ الدائنة(المودعة) يتحملها البنك وكل من الطرفين يستفيد مما يتحمله الطرف الآخر.

- تحسب الفوائد من اليوم الموالي للإيداع، أما المحسوبات فتحسب عليها الفوائد إعتبارا من يوم قبل تاريخ سحبها، وبالرجوع إلى التعليمة رقم507 الصادرة عن بنك الجزائر المتعلقة بالشروط المطبقة على العمليات البنكية والخاصة في تواريخ الإستحقاق وهذا ما يظهر في الشكل التالي:

نوع العمليات	تاريخ إستحقاق العمليات
-إيداع نقدي.	-يكون في اليوم الموالي للعملية
-تحويل من حساب إلى حساب العميل من نفس البنك.	-يكون في اليوم الموالي للعملية
-تحويل من فروع نفس البنك المتواجد فوق تراب الولاية	-يكون في اليوم الموالي للعملية
-إستلام الشبكات من فروع البنك المتواجد فوق تراب الوطني	-يكون في يومين بعد تاريخ العملية
-إستلام الشبكات من مختلف الوكالات من خارج تراب الولاية ومن نفس البنك	-يكون بعد8أيام من تاريخ العملية (و يشترط نفس نوع البنك أو الوكالات)
-إستلام شبكات من مختلف البنوك المتواجدة فوق تراب الولاية	-تكون بعد12 يوم من تاريخ العملية
-إستلام الشبكات من مختلف البنوك خارج تراب الولاية	-تكون17يوم من تاريخ العملية

- المدة تحسب من تاريخ الإستحقاق إلى تاريخ الإقفال.
- تاريخ إستحقاق ورقة تجارية إذا كان بعد تاريخ إقفال الحساب لاتحسب لها الفائدة العادية من تاريخ العملية بل تحسب لها فائدة معاكسة من تاريخ الإقفال التاريخ الإستحقاق وتسجل في الجانب المعاكس للعملية أو تسجل بلون مختلف أو بين قوسين في جانب العملية وتطرح منها.
- في حالة وجود ورقة تاريخ إستحقاقها قبل تاريخ فتح الحساب وكانت مدينة قيمة حساب الفائدة من ذلك تاريخ لغاية تاريخ الإقفال.

مثال: مؤسسة كانت عميلتها لدى بنكها التجاري للثلاثي الثاني من سنة 2009 كمايلي:

-04\09 رصيد الدائن قيمته 6000دج.

-04\08 سحب نقدي قيمته 2000دج.

-04\18 إيداع شيك ب3500دج.

-04\26 إيداع سفتجة عادت للدفع قيمتها2800دج، تاريخ إستحقاقها 03\20.

-في 05\10إيداع سفتجة للتحصيل قيمتها1500 دج تاريخ إستحقاقها في نفس اليوم.

-في 05\15 إيداع نقدي 100دج.

-05\25 إيداع سفتجة للتحصيل 2200دج تاريخ إستحقاقها 07\05.

-06\14 إيداع سفتجة للدفع ب3000دج تاريخ إستحاقها 07\15.

-06\23 سحب شيك 2500دج.

المطلوب: إعدد كشف الحساب الجاري لهذه المؤسسة للثلاثي المذكور بالطريقة المباشرة، إذا كانت نسبة الفائدة المستعملة مشتركة للطرفين وتقدرب9%، بينما كانت المصاريف المختلفة للحساب 19,60DA في نهاية الثلاثي:

التاريخ	البيان	المبالغ		تاريخ	عدد	النمر	
		الدائن	المدين	الإستحقاق	الأيام	المدين	الدائن
01/04	رصيد مدين	6000		03/31	91	546000	
08/04	سحب نقدي		2000	04/07	84		168000
18/04	إيداع شيك	3500		04/19	72	252000	
26/04	إيداع سفتجة عادت		2800	03/20	102		285600
10/05	إيداع سفتجة للتحصيل	1500		05/11	50	75000	
15/05	إيداع نقدي	1000		03/20	45	45000	
25/05	إيداع سفتجة للتحصيل	2200		07/05	05	(11000)	

14/06	إيداع سفتجة للدفع		3000	07/15	15		(45000)
23/06	سحب شيك		2500	06/22	08		20000
30جوان	رصيد النمر دائن						478400
	فوائد دائنة	119,6					
	مصاريف		19,6				
	رصيد دائن		4000				
	المجموع	14319,6	14319,6			907000	907000

ملاحظات:

- في هذا المثال وحسب الجدول نلاحظ أن هناك عمليتين يتعلق تاريخ إستحقاقها بعد إقفال الحساب(عملية 25\05و14\06) ونمر هاتين العمليتين وضعتا بين قوسين وتطرح من نمر نفس الجانب ويمكن أيضا أن توضع في الجانب المعاكس وتضاف لنمرها.
- كما أن عملية إعادة السفتجة دون تسديد، تاريخ إستحقاقها قبل تاريخ فتح الحساب 26 /04، وهذه العملية حسبت مدتها من تاريخ الورقة إلى تاريخ إقفال الحساب، ونلاحظ أن المدة تزيد عن المدة المتعلقة بالثلاثي.

ب. ط2: طريقة الأرصدة Homborig:

تسمى هذه الطريقة بطريقة الأرصدة لإعتمادها في تحديد الفوائد على الأرصدة بعد كل عملية، كما يجب ملاحظة أنها أستعملت في البداية بهومبورغ بألمانيا، فحملت هذا الإسم أيضا، وهي تتميز بسهولة الحساب من جهة وإمكانية تحديد رصيد الزبون أو صاحب الحساب في أي تاريخ ممكن من جهة أخرى ولهذه المميزات فنجد إستعمالها أكثر من الطريقة السابقة وتتبع هذه الطريقة المراحل التالية:

- تسجيل العمليات الجارية في الحساب؛
- تحديد أرصدة بعد كل عملية؛
- تحديد تواريخ إستحقاق كل رصيد بحيث يكون يوم قبل السحب، ويوم بعد الإيداع؛

- يتم حساب مدة الإستحقاق وهي مدة حياة الرصيد أي بين تاريخ كل رصيدين متتاليين، ومدة آخر رصيد يكون في تاريخ إقفال الحساب؛
- يحسب النمر تسهيلا للعمليات الحسابية للفائدة؛
- العمليات ذات إستحقاق قبل تاريخ الأرصدة السابقة لها نمرها يوضع بين قوسين أو في الجانب المعاكس؛
- يرصد النمر و تحسب الفائدة حسب وضعيتها في الحساب لتضم إلى رصيد المبالغ.

مثال: لديك معطيات المثال السابق المطلوب إعداد الحساب الجاري للمؤسسة بطريقة الأرصدة.

التاريخ	البيان	المبالغ		الأرصدة		تاريخ الإستحقاق	عدد الأيام	النمر	
		الدائن	المدين	الدائن	المدين			الدائن	الملين
01/04	رصيد دائن	6000		6000		03/31	07	42000	
08/04	سحب نقدي		2000	4000		04/07	12	4800	
18/04	إيداع شيك	3500		7500		04/19	(30)		252000
26/04	إيداع سفتجة		2800	4700		03/20	52	244400	
10/05	سفتجة للتحصيل	1500		6200		05/11	5	31000	
15/05	إيداع نقدي	1000		7200		03/20	50	360000	
25/05	سفتجة للتحصيل	2200		9400		07/05	10	94000	
14/06	سفتجة للدفع		3000	6400		07/15	(23)		147200

23/06	سحب شيك		2500	3900		06/22	08	31200	
									478400
	فائدة دائنة			119,6					
	مصاريف		19,6						
	الرصيد دائن			4000					
	مج	14219,6	14219,6					850600	850600

ملاحظات:

- من الجدول نلاحظ أن التواريخ الإستحقاقية التي توافق مدة الإستحقاقية السالبة نسجل نمرها بين قوسين أو في الجانب المعاكس.
- في هذه الطريقة الموضحة في الجدول لا تأخذ المبالغ ذات تاريخ إستحقاق بعد إقفال الحساب بل تدخل ضمن القاعدة العامة المستعملة.
- نتيجة هذه الطريقة والطريقة المباشرة تكون واحدة.

القسم الثاني: العمليات المالية طويلة الأجل

الفصل الأول: الفائدة المركبة

- مفهوم الفائدة المركبة.
- قانون جملة الفائدة المركبة.
- حساب الجملة المركبة في حالة المدة غير الكاملة.
- علاقات عناصر الفائدة المركبة.
- المعدل المتناسب والمعدل المكافئ.

1. مفهوم الفائدة المركبة:

نقول عن فائدة أنها بسيطة إذا لم تدمج مع رأس المال الأصلي المستثمر لينتج بدوره فائدة أخرى، وتقول عن فائدة أنها مركبة إذا أضيفت أو أدمجت في نهاية الوحدة الزمنية مع رأس المال المستثمر الأصلي لكي تعطي بدورها فائدة خلال الوحدة الزمنية الموالية وهكذا في نهاية كل وحدة زمنية فإن الفائدة البسيطة تضاف إلى جملة رأس المال الوحدة الزمنية السابقة لكي تنتج بدورها فائدة خلال الوحدة الزمنية اللاحقة.

ملاحظة: في ما يتعلق بالعمليات المالية من الأجل الطويل فإن الوحدة الزمنية الأكثر إستعمالا هي السنة، وفي بعض الأحيان سداسي، ثلاثي، شهري

2. قانون جملة الفائدة المركبة:

لنفرض أن شخص إقتراض مبلغ قدره (C_0) لمدة (n) من السنوات وبمعدل t على أساس فائدة مركبة، هذا الشخص مطالب بدفع قيمة القرض مضاف إليها مقدار الفائدة المركبة في نهاية المدة وفقا للقانون المستخرج من الجدول التالي:

الفترات	رأس المال في بداية الفترة	الفائدة الناتجة خلال المدة	القيمة المحصلة أو المكتسبة(الجملة)
1	C_0	C_0t	$C0 + C0t = C0(1+t)$
2	$C0(1+t)$	$C0(1+t)t$	$C0(1+t) = C0(1+t)t$
3	$C0(1+t)^2$	$C0(1+t)^2t$	$C0 = (1+t)^2$ $C0(1+t)^2 + (1+t)^2t$
4	$C0(1+t)^3$	$C0(1+t)^3t$	$C0 = (1+t)^3$
⋮			$C0(1+t)^4$
n−1	$C0(1+t)^{n-2}$	$C0(1+t)^{n-2}t$	
n	$C0(1+t)^{n-1}$	$C0(1+t)^{n-1}t$	$C0(1+t)^{n-1}$ $C0(1+t)^n$

من خلال الجدول السابق نستنتج أن قانون جملة الفائدة المركبة بالشكل التالي:

$$Cn = C0(1+t)^n$$

حيث أن:

C_0: رأس المال الموظف أو المودع أو المقترض.

t: معدل الفائدة المركبة.

n: مدة الإستثمار وتكون أيضا مدة الإقراض وعادة ما تكون سنة.

Cn: تمثل القيمة المحصلة أو المكتسبة أو الجملة المحصل عليها.

مثال: كم سيصبح رأس المال قدره 150000دج أودع في بنك 6%سنويا، بعد 6سنوات من التوظيف وبرسملة سنوية للفوائد.

الحل:

$$Cn = C0(1+t)^n$$

$$C6 = 150000(1+0{,}06)^6$$

$$C6 = 212777{,}86DA$$

ملاحظات:

- القانون الأساسي لجملة الفائدة المركبة يطبق مهما كانت وحدة الزمن المستعملة شرط أن يكون المعدل المستخدم يقابل ويوافق مدة الرسملة.

مثال1: كم سيصبح رأس المال قدره 100000دج وظف خلال 10سنوات بمعدل سداسي قدره 3% وبرسملة سداسية للفوائد.

$$C0 = 100000DA$$

$$t = 3\%$$

$$n = 10\text{سنوات} \rightarrow n = 20\text{سداسي}$$

$$C20 = 100000(1+0{,}03)^{20}$$

$$C20 = 180611{,}12$$

مثال2: أودع شخص مبلغ قدره100000دج في بنك يحسب فوائد مركبة بمعدل 2% لكل 4 أشهر حدد الجملة التي يتحصل عليها هذا الشخص في نهاية السنة الخامسة للإيداع وبرسملة سنوية للفوائد.

$$C0 = 100000DA$$

$$t = 2\%$$

$$n = 5\text{سنوات}$$

$$t = 2\% \Longrightarrow t = 6\%\text{سنويا}$$

$$C5 = 10000(1+0{,}06)^5$$

$$C5 = 133822{,}55$$

- نلاحظ أن الجملة المحصل عليها من توظيف رأس مال قدره C0خلال الفترة من 1 إلى n تمثل متتالية حسابية أساسها $r = 1 + t$. عدد حدودها n.

3. حساب الجملة المركبة في حالة كون المدة كسرية (غير كاملة):

أثناء إشتقاقنا لقانون جملة الفائدة المركبة إفترضنا أن مدة الإقتراض أو مدة الإقتراض أومدة التوظيف n عدد صحيح، لكن في الواقع قد تكون هذه المدة غير صحيحة أو كسرية مثلا تكون المدة 8 سنوات و5 أشهر، إن مثل هذه المسائل يمكن حلها بطريقتين:

أ. ط1: طريقة الحل العقلاني (البنكية):

تعتمد هذه الطريقة على حساب الفائدة المركبة بإستعمال القانون العام للجملة بالنسبة للجزء الصحيح من مدة ثم إستعمال قانون الفائدة البسيطة بالنسبة للجزء العشرين، وهذا ما يعرف بالحل العقلاني، وهناك من يسمى هذه الطريقة بالمنطقية، بحيث لا يمكن رسملة الفوائد إلا في نهاية الفترة وهي الطريقة المستعملة لدى البنوك.

مثال: ماهي جملة مبلغ مقترض قيمته 24000دج لمدة سنتين و4 أشهر بمعدل فائدة4% سنويا

$$C0 = 24000DA$$

$$t = 4\%$$

$$n = \text{سنتين4أشهر}$$

$$Cn = C0(1+t)^n = 24000(1+0{,}04)^2$$

$$Cn = 25958{,}4$$

$$I = \frac{c \cdot t \cdot n}{1200} = \frac{25958{,}4 \times 4 \times 4}{1200}$$

$$\rightarrow I = 346{,}14$$

جملة سنتين و4أشهر:

$$Cn = 25958{,}4 + 346{,}112$$

$$Cn = 26304{,}512$$

ب. ط2: الطريقة الرياضية:

في هذه الحالة المدة قانون الجملة تمثل كل الفترة الزمنية وبفضل أن المدة n تساوي:

$$n = K + {}^{p}/_{q}$$

حيث أن: الجزء الصحيح K من التوظيف.

${}^{p}/_{q}$ الجزء الكسري من التوظيف فإن الجملة Cn تكون كما يلي:

$$Cn = C0(1+t)^{n}$$

$$Cn = C0(1+t)^{k+{}^{p}/_{q}}$$

$$Cn = C0(1+t)^{k} \times (1+t)^{{}^{p}/_{q}}$$

مثال: نفس المثال السابق.

$$C0 = 24000, t = 4\%$$

$$Cn = 24000(1+0{,}04)^{2} \times (1+0{,}04)^{{}^{4}/_{12}}$$

$$Cn = 26296{,}55$$

ملاحظات:

- من خلال ما سبق نلاحظ أن في الواقع هناك طريقتين لحساب المدة في حالة الأشهر والسنوات وحتى الأيام.
- وهناك طريقة أخرى تعتمد على الجداول المالية، وتعرف بطريقة التناسب حيث يعتمد الجدول المالي رقم 1مع تحديد الفائدة الخاصة بالشهور بالأيام المعينة بعد n من السنوات الكاملة.
- في حالة إستعمال الفائدة المركبة والفائدة البسيطة مثل ما سبق تسمى العملية بالرسملة المختلطة.

4. علاقات عناصر جملة الفائدة المركبة:

لقد كانت العلاقة الأساسية أو الجملة للفائدة المركبة أهم العلاقات في هذا الموضوع ومن هنا يستخرج مختلف العناصر الأخرى.

أ. القيمة الحالية:

القيمة الحالية للجملة هي قيمة المبلغ المستثمر في بداية المدة الحصول على الجملة في نهايتها وهي تمثل C_0

$$Cn = C0(1+t)^n$$

$$C0 = \frac{Cn}{(1+t)^n} \Longrightarrow C0 = Cn(1+t)^{-n}$$

$$C0 = Cn(1+t)^{-n}$$

ولصعوبة حساب القيمة$(1+t)^{n-}$ يدويا فقط أعدلها جدول مالي تحت رقم2، ولعدد من المعادلات والسنوات المستعملة وعادة يكون 1% إلى 25% والنسبة للمعدلات ومن سنة إلى 50سنة بالنسبة إلى السنوات.

ب. الفائدة المحصل عليها في مدة الرسملة:

وهي ما يتحمله مستعمل الأموال خلال مدة العقد المقدرة بـ n وهي الفرق بين القيمة الحالية والجملة ونرمز لها بالرمز i بحيث:

$$I = Cn - C0$$

$$= C0(1+t)^n - C0$$

$$I = C0[(1+t)^n - 1]$$

ج. معدل الفائدة:

معدل الفائدة أو النسبة المطبقة على المبلغ المودع والذي يرمز له بـ tمن العلاقة العامة لجملة الفائدة المركبة نستطيع إيجاد علاقة لحسابه.

$$C0(1+t)^n$$

$$(1+t)^n = \frac{Cn}{C0}$$

$$1+t = \sqrt[n]{\frac{Cn}{C0}}$$

$$\boldsymbol{t = \sqrt[n]{\frac{Cn}{C0}} - 1}$$

د. المدة الجملة:

من نفس العلاقة السابقة (جملة المركبة) هناك طريقتين لحساب المدة إما بإستعمال الجداول المالية أو إستخدام Log أو.ln وبإستعمال الجدوال المالية تحسب القيمة التي بين قوسين $(1+t)^n$ وبمعلومية t و بإستخدام الجدول المالي رقم1 نصل لتحديد n بالنظر للجدول في عمود المدة المتقاطعة مع قيمة القوس عند المعدل t بحيث $(1+t)^n$ يساوي $\frac{Cn}{C0}$.

أما بإستعمال الجدول المالي رقم 2 نحسب قيمة قوس $(1+t)^{-n}$وبنفس الطريقة تحصل على n بإستعمال الجدول المالي رقم2 بحيث $\boldsymbol{(1+t)^{-n} = \frac{Cn}{C0}}$.

بإستعمال ln أو log إنطلاقا من علاقة الجملة: في غياب الجداول المالية نستعمل مميزات اللوغاريتم الوصول لقيمة nبدون اللجوء للجداول المالية.

$$Cn = C0(1+t)^n$$

$$(1+t)^n = \frac{Cn}{C0}$$

$$log(1+t)^n = log\frac{Cn}{C0}$$

$$n\,log(1+t)^n = logCn - log0$$

$$n = \frac{log\,Cn - log\,C0}{log(1+t)}$$

5. المعدلات المتناسبة والمعدل المكافئ:

نستعمل معدلات الفائدة عادة سنوياً، أي تحسب الفائدة على المبلغ مرة واحدة في كل نهاية سنة، إلا أن هناك تطبيق لمعدل الفائدة كل 6أشهر أو 3أشهر أو أقل، وفي هذه الحالة تصبح المدة n للإيداع ليست بالسنوات بل عدد الفترات الجزئية من السنة، وفي حالة تطبيق معدلات فائدة غير سنوية أو جزء من السنة يمكن التحدث عن معدلات متناسبة أو معدلات متكافئة.

أ. المعدلات المتناسبة:

نقول عن معدلين مرتبطين بمعدلات زمنية مختلفة أنهما متناسبان إذا تساوت نسبتهما مع النسبة بين وحداتها الزمنية الخاصة برسملتها، مثلا المعدل $t = \%10$ سنويا.

$$ta = 10\%$$

$$ts = \frac{ta}{2} = \frac{10\%}{12} = 5\%$$

$$tt = \frac{ta}{4} = \frac{10\%}{4} = 2{,}5$$

$$tm = \frac{ta}{12} = \frac{10\%}{12} = 0{,}833$$

ملاحظة:

إذا وظف رأس المال بفائدة بسيطة بمعدلين متناسبين لمدة معينة فإن القيمة المكتسبة تكون نفسها بينما يكون العكس في حالة التوظيف بفائدة مركبة فإن الفائدة المكتسبة تكون أكبر عندما تنخفض مدة الوحدة الزمنية.

ب. المعدلات المتكافئة:

نقول عن معدلين مرتبطين بوحدات زمنية مختلفة أنهما متكافئان إذا كانا يحققان نفس القيمة المكتسبة بفائدة مركبة لنفس رأس المال الموظف ولنفس المدة.

- إذا وظف مبلغ 1دج بمعدل سداسي t_s فإن القيمة المكتسبة لمدة سنة واحدة تساوي $(1+t)^2$

- نقول أن المعادلين ta وtsأنهما متكافئين إذا تساوت القيمة المكتسبة أي:

$$(1+ta)=(1+ts)^2$$

بالنسبة للمعدل الثلاثي المتكافؤ مع المعدل السنوي taأي:

$$(1+ta)=(1+Tt)^4$$

بالنسبة للمعدل الشهري t_m المتكافؤ مع taفإن:

$$(1+ta)=(1+tm)^{12}$$

وبشكل عام إذا كان taهو المعدل السنوي فأن المعدلات المتكافئة له تكون بالعلاقة التالية:

$$(1+ts)=(1+ta)^{1/2}$$

$$(1+Tt)=(1+ta)^{1/4}$$

$$(1+tm)=(1+ta)^{1/12}$$

$$(1+tq)=(1+ta)^{1/q}$$

مثال: إذا كان المعدل السنوي 10% أحسب المعادلات المتكافئة له.

$$ta=10\%$$

$$(1+ts)=(1+ta)^{1/2}$$

$$(1+ts)=(1{,}1)^{1/2}-1 \Longrightarrow ts=4{,}88\%$$

$$1+Tt=(1+ta)^{1/4}$$

$$1+Tt=(1\cdot 1)^{1/4}$$

$$Tt=(1\cdot 1)^{1/4}-1 \Longrightarrow Tt=2{,}41\%$$

$$1+tm=(1+ta)^{1/12}$$

$$1+tm=(1+ta)^{1/12}$$

$$1+tm=(1\cdot 1)^{1/12}$$

$$tm=(1\cdot 1)^{1/12}-1 \Longrightarrow tm=0{,}79\%$$

الفصل الثاني: خصم وتسوية الديون بفائدة مركبة

- **خصم الديون بفائدة مركبة.**
- **التكافؤ بفائدة مركبة.**
  - **تكافؤ مبلغين أو ورقتين تجاريتين.**
  - **تكافؤ مجموعتين من المبالغ أو الأوراق التجارية.**
- **تطبيقات التكافؤ.**
  - **الإستحقاق المشترك.**
  - **الإستحقاق المتوسط.**

1. الخصم بفائدة مركبة:

عند ما يكون سند تجاري يستحق الدفع بعد مدة تفوق سنة، القيمة المأخوذة في عملية الخصم هي القيمة الإسمية، بحيث نلاحظ وبكل بساطة أن مبلغ ما يستحق الدفع بعد 20سنة ومخصوم بفائدة بسيطة وبمعدل 5%، هنا القيمة الحالية التجارية تساوي الصفر إذا كانت القيمة الإسمية مثلا 1000دج.

$$Ec = Vn \cdot t \cdot n$$
$$= 1000 \times 20 \times 0{,}05$$

وعليه:

$$Va = Vn - Ec$$
$$= 1000 - 1000$$
$$Va = 0$$

وإذا كان المعدل يفوق 5% والمدة 20سنة فإن القيمة الحالية تكون سالبة وهذا غير معقول. لهذا يجب تطبيق الخصم بفوائد مركبة في حالة المدة تفوق السنة، ومبلغ الخصم بفائدة مركبة لورقة تجارية هو نفسه للفائدة المركبة للقيمة

الحالية، كما أن في الفائدة البسيطة إستنتجنا أن الخصم عبارة عن الفرق بين القيمة الإسمية والقيمة الحالية لذا نفس المبدأ يبقى صحيح في الحالة المركبة.

$$E0 = Cn - C0$$

$$E0 = Cn - Cn(1+t)^{-n}$$

$$E0 = Cn[1-(1+t)^{-n}]$$

مثال: أحسب مبلغ الخصم لورقة تجارية قيمتها الإسمية 40000 تستحق بعد سنتين بمعدل فائدة 6%.

$$Cn = 40000, t = 6\%, n = 2$$

$$C0 = 40000(1{,}06)^{-2}$$

$$C0 = 35599{,}857$$

$$E0 = Cn - C0$$

$$Ec = 4400$$

$$E0 = Cn[1-(1+t)^{-n}]$$

$$E0 = 4000[1-(1+0{,}06)^{-2}]$$

$$Ec = 4400$$

2. التكافؤ بفوائد مركبة:

التكافؤ بفوائد مركبة يعرف بنفس شروط التكافؤ بفائدة بسيطة، أي تساوي القيم الحالية.

أ. تكافؤ ورقتين تجاريتين أو مبلغين:

مبلغان متكافئان بفائدة مركبة في تاريخ ما إذا كان لهما نفس القيمة الحالية في هذا التاريخ وحساب القيمة الحالية يتم بنفس المعدل وليكن لدينا المبلغين التاليين:

$$Cn1(1+t)^{-n1} = Cn2(1+t)^{-n2}$$

شرط التكافؤ

ب. تكافؤ مجموعتين من المبالغ أو من الأوراق التجارية:

تكون مجموعة من المبالغ أو الأوراق التجارية متكافئة مع مجموعة أخرى إذا كانت لهما نفس مجموع القيم الحالية المجموعة الأولى يساوي مجموع القيم الحالية المجموعة الثانية.

-لتكن لدينا المجموعتين من المبالغ:

$$\begin{cases} Cn1 \rightarrow n1 \\ Cn2 \rightarrow n2 \\ Cn3 \rightarrow n3 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} Cm1 \rightarrow m1 \\ Cm2 \rightarrow m2 \\ Cm3 \rightarrow m3 \end{cases}$$

$$\sum C0a = \sum C0b$$

$$Cn1(1+t)^{-n1} + Cn2(1+t)^{-n2} + Cn3(1+t)^{-n3}$$
$$= Cm1(1+t)^{-m1} + Cm2(1+t)^{-m2} + Cm3(1+t)^{-m3}$$

3. تطبيقات التكافؤ بفائدة مركبة:

أ. الإستحقاق المشترك:

هو تاريخ الإستحقاق الذي يسمح بوجوب تكافؤ عدد من الديون من دين قيمته الإسمية محددة في الحالة العامة أي القيمة الإسمية للدين الوحيد لا تساوي مجموع القيم الإسمية الديون المستبدلة أو المعوضة.

مثال: أحسب الإستحقاق المشترك لسند تجاري قيمته الإسمية 50000دج مخصص لتعويض السندات الثلاثة الآتية:

-السند الأول Vn=10000: يستحق بعد سنتين.

-السند الثاني Vn=18000: يستحق بعد6 سنوات.

-السند الثالث Vn=20000: يستحق بعد 10سنوات.

مع العلم أن معدل الخصم 6%.

$$C_0 = C_{01} + C_{02} + C_{03}$$

$$Cn(1+t)^{-n}=Cn1(1+t)^{-n1}+Cn2(1+t)^{-n2}+Cn3(1+t)^{-n3}$$

$$50000(1+0{,}06)^{-n} = 10000(1+0{,}06)^{-2} +$$
$$18000(1+0{,}06)^{-6} + 2000(1+0{,}06)^{-10}$$
$$\Longrightarrow (1+0{,}06)^{-n} = \frac{32747{,}18}{50000}$$
$$\Longrightarrow (1+0{,}06)^{-n} = 0{,}654943$$
$$n\ log(1{,}06) = log\ 0{,}654943$$
$$\Longrightarrow n = 7{,}26$$

7سنوات و3أشهر و4 أيام

ب. تاريخ الإستحقاق المتوسط:

هو تاريخ إستحقاق الورقة الوحيدة المعوضة بمجموعة من الأوراق في الحالة الخاصة أي عندما تكون القيمة الإسمية للورقة الحالية مساوية للقيم الإسمية للأوراق المعوضة.

مثال: نفس المعطيات المثال السابق.

$$Cn1 = 10000, n = 2\ Cn = 48000$$
$$Cn2 = 18000, n = 6$$
$$Cn3 = 20000, n = 10$$
$$48000(1+0{,}06)^{-n}=10000(1{,}06)^{-2}+18000(1{,}06)^{-6}+20000(1{,}06)^{-10}$$
$$\Longrightarrow (1{,}06)^{-n} = \frac{32747{,}18}{48000}$$

6سنوات و7أشهر و25يوم.

الفصل الثالث: الدفعات المالية

- **دفعات نهاية المدة.**
- **دفعات بداية المدة.**
- **تسوية الديون بالدفعات.**

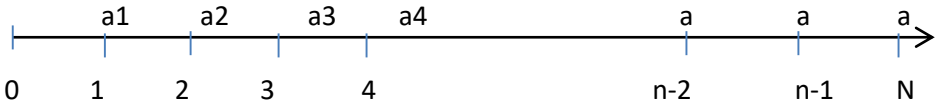
تمهيد:

يطلق مصطلح الدفعات بصفة عامة على المبالغ المتساوية المدفوعة بإنتظام خلال وحدات زمنية متتابعة ومتساوية يمكن أن تكون سنة وسداسي أو ثلاثي أو أي فترة من السنة، حيث تكون هذه الدفعات من دفعات سداد(نهاية المدة) تسمى أيضا بالدفعات العادية وهي تدفع في آخر كل وحدة زمنية وموجهة لسداد الديوان، بالإضافة إلى دفعات بداية المدة(التوظيف أو الإستثمار) وتسمى بالدفعات غير العادية، وهي تدفع في بداية كل وحدة زمنية بغرض التوظيف أو الإستثمار أو موجهة لتكوين رأس المال.

1. دفعات نهاية المدة

أ. جملة دفعات نهاية المدة:

إذا افترضنا أن شخص كان يسدد في نهاية كل فترة دفعة من المال قدرها (a) مدة n من الوحدات الزمنية بمعدل فائدة مركبة قدره t، كما سنوضح في الشكل التالي:



نلاحظ من الشكل أن الدفعة الأخيرة تم تسديدها عند نهاية المدة أي عند n وبالتالي مدة لها، نرمز لجملة دفعات نهاية المدة بـ(A) وهي تساوي مجموع الجمل المركبة لكل دفعة من الدفعات في الزمن n، أي عند تسديد الدفعة الأخيرة.

- جملة الدفعة الأولى: $a(1+t)^{n-1}$.
- جملة الدفعة الثانية: $a(1+t)^{n-2}$.
- جملة الدفعة الثالثة: $a(1+t)^{n-3}$.
- جملة$n-2$: $a(1+t)^{2}$.
- جملة$n-1$: $a(1+t)^{1}$.
- جملةn: a.

$$(A) = a(1+t)^{n-1} + a(1+t)^{n-2} + a(1+t)^{n-3} \cdots a(1+t)^{2} + a(1+t)^{1}$$

الجمع تبديلي:

$$A = a + a(1+t)^{1} + a(1+t)^{2} + \cdots + a(1+t)^{n-3} + a(1+t)^{n-2} + a(1+t)^{n-1}$$

نلاحظ من هذا المجموع أنه يمثل حدود متتالية هندسية أساسها $r = 1 + t$، حدها الأول a وعدد حدودها n وعليه يكون:

$$A = a\left[\frac{(1+t)^{n} - 1}{(1+t) - 1}\right]$$

$$A = a\left[\frac{(1+t)^{n} - 1}{t}\right]$$

حيث أن:

A: جملة دفعات نهاية.

a: الدفعة الثابتة.

t: معدل الفائدة المركب.

n: عدد الدفعات.

ب. إستعمال علاقة دفعات نهاية المدة:

- **حساب الجملة:**

أحسب جملة 10 دفعات سداد قيمة كل دفعة 10000دج، مع العلم أن $t = 6\%$.

$$a = 10000, t = 6\% , n = 10$$

$$A = a\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right]$$

$$A = 10000\left[\frac{(1+0{,}06)^{10} - 1}{0{,}06}\right]$$

$$A = 131807{,}95$$

- **حساب مبلغ بالدفعة:**

جملة دفعات تقدر بـ 1686994.12، نتجت عن سداد 12 دفعة الدفعة الأولى تسدد في نهاية السنة الأولى بمعدل $t = 6\%$.

حساب مبلغ الدفعة:

$$A = a\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right]$$

$$a = A\frac{t}{(1+t)^n - 1}$$

$$a = \frac{1686994{,}12 \times 0{,}06}{(1+0{,}06)^{12} - 1}$$

$$a = 100000$$

- **حساب عدد الدفعات:**

ما هو عدد الدفعات الواجب تسديدها للحصول على جملة تقدر بـ150000دج، إذا علمت أن قيمة الدفعة الثابتة 10000 و$t = \%7$.

$$A = a\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right]$$

$$150000 = 1000\left[\frac{(1+0{,}07)^n - 1}{0{,}07}\right]$$

$$= (1+t) = \frac{A \cdot t}{a} + 1$$

$$(1{,}07)^n = 2{,}05$$

$$log(1{,}07)^n = log(2{,}5)$$

$$n = \frac{log(2{,}05)}{log(1{,}07)}$$

$$n = 10{,}60$$

الحل الثاني: تسديد الدفعة للحصول على جملة تقدر ب150000 دج بمعدل الفائدة 7%وينتج عن قيمة الدفعة الجديدة التي تكون أقل من 1000دج $A(9503{,}53)$.

الحل الثالث: تسديد 10 دفعات قيمة كل دفعة 10000 وعند تسديد الدفعة الأخيرة تطبق دفعة تكميلية تساوي الفرق بين الجملة المعطات 150000دج وجملة 10دفعات في كل دفعة 10000.

ج. القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة:

يمكن تعريف القيمة الحالية بأنها مجموع القيمة الحالية لعدد الدفعات الثابتة أي قيمة الدفعات عند إمضاء عقد القرض أو الإستثمار وهذا في الزمان أي في الزمن قبل الدفعة الأولى ونرمز له بالرمز Va كما هو موضح في الشكل التالي:

القيمة الحالية للدفعة 1: $a(1+t)^{-1}$

القيمة الحالية للدفعة2: $a(1+t)^{-2}$

$\vdots$

القيمة الحالية للدفعة: n-1 $a(1+t)^{-n+1}$

القيمة الحالية: n $a(1+t)^{-n}$

$$Vn = a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2} \cdots a(1+t)^{-n}$$

الجمع تبديلي:

$$Vn = a(1+t)^{-n} + \cdots + a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2}$$

وعليه فإن هذا المجموع يمثل حدود متتالية هندسية حدها الأول $a(1+t)^{-n}$ وأساسها r هو $(1+t)$

وعدد حدودها n.

$$A = a\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right]$$

- **إستعمال علاقة القيمة الحالية لدفعات نهاية المدة**

مثال: مؤسسة تضع تحت التصرف تجهيزات بقيمة 300000دج ثم التسديد عن طريق 5 دفعات قيمة كل دفعة 80000 الدفعة الأولى تسدد نهاية السنة الأولى ماهي القيمة الحالية لمتتالية الدفعات 10%.

الحل:

$$n = 5\,, t = 10\%$$

$$a = 80000\,, Va = ؟$$

$$Va = 80000\left(\frac{(1+0{,}1)^{-5}}{0{,}1}\right)$$

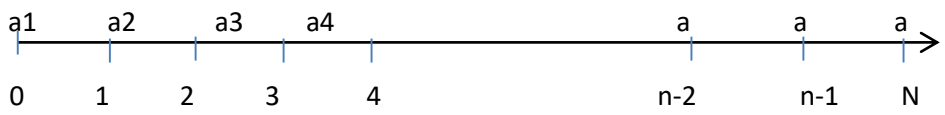
$$\Longrightarrow Va = 303262{,}94$$

ملاحظة: في حساب مبلغ الدفعات ومعدل الفائدة وعدد الدفعات نتبع الخطوات المأخوذة في الجملة.

2. دفعات بداية المدة:

أ. جملة دفعات بداية المدة

نفرض أن شخص وظف مبلغ ثابت يقدر بـ a في أول كل وحدة زمنية لدى بنك يحسب الفوائد بمعدل t وذلك لمدة n من الوحدات الزمنية ولتوضيح ذلك نستعين بالشكل التالي:



جملة دفعات بداية المدة تساوي مجموع الجمل المركبة لكل دفعة من الدفعات في نهاية المدة أي في الزمن n وبتعبير أدق بعد سداد الدفعة الأخيرة ونرمز لجملة بالدفعات لبداية المدة بالرمز.'A

الجملة المركبة للدفعة 1: $a(1+t)$

الجملة المركبة للدفعة 2: $a(1+t)^{n-1}$

$\vdots$

الجملة المركبة للدفعة$(n-1)$: $a(1+t)^{n}$

الجمع تبديلي:

$$A = a(1+t)^n + a(1+t)^{n-1} + \cdots + a(1+t)^1$$
$$\Longrightarrow A' = a(1+t)^1 + \cdots + a(1+t)^{n-1} + a(1+t)^n$$

يمثل هذا المجموع متتالية هندسية حدها الأولى $a(1+t)$ وأساسها rهو$(1+t)$ وعدد حدودها n.

$$A' = a(1+t)\left[\frac{(1+t)-1}{t}\right]$$

$$\Longrightarrow A' = a\left[\frac{(1+t)^{n+1}-(1+t)}{t}\right]$$

$$A' = a\left[\frac{(1+t)^{n+1}-1}{t}-1\right]$$

العلاقة بين الجملتين A و A':

$$A' = A(1+t)$$

ب. إستعمال علاقة جملة دفعات بداية المدة:

- **حساب بالجملة:**

نريد تكوين رأس مال بأربع دفعات متساوية مبلغ الواحدة 10000دج، تدفع الأولى عند إمضاء العقد، معدل الفائدة السنوي 6%.

$$A' = a(1+t)\frac{(1+t)^n - 1}{t}$$

$$A' = 10000(1{,}06)\frac{(1{,}06)^4 - 1}{0{,}06}$$

$$A' = 46370{,}93$$

- **حساب مبلغ الدفعة:**

$$A' = a(1+t)\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t} - 1\right]$$

$$a = \frac{A't}{(1+t)[(1+t)^n - 1]}$$

ويكتب أيضا: $a = A'(1+t)^{-1}\ \frac{t}{(1+t)^n - 1}$

مثال: أحسب مبلغ الدفعة التي تسمح بتكوين رأس مال قدره 200000دج بعد 10سنوات، بمعدل 8% الدفعة الأولى تكون عند الإتفاق.

$$a = 200000(1+0{,}08)^{-1}\frac{0{,}08}{(1{,}08)^{-1} - 1}$$

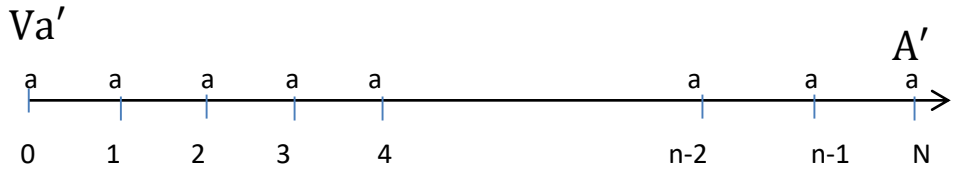
$$a = 12783{,}23$$

ملاحظة:

من خلال علاقة الجملة بالإضافة لحساب الدفعة يمكن حساب معدل الفائدة، كذا عدد الدفعات بتباع نفس الخطوات المتبعة سابقا في جملة نهاية المدة.

ج. القيمة الحالية لدفعات بداية المدة:

نرمز للقيمة الحالية لدفعات بداية المدة ب Va'، القيمة الحالية لدفعات بداية المدة تساوي مجموع القيم الحالية لكل دفعة من الدفعات في الزمن يساوي الصفر أي عند تسديد الدفعة الأولى ويمكن توضيح ذلك من خلال الشكل التالي:



القيمة الحالية للدفعة الأولى ← a

الدفعة الثانية← $a(1+t)^{-1}$

الدفعة الثالثة← $a(1+t)^{-2}$

الدفعة الرابعة← $a(1+t)^{-2}$

$\vdots$

الدفعة n−2 ← $a(1+t)^{-n+2}$

الدفعة n−1 ← $a(1+t)^{-n+1}$

$$V\grave{a}=a+a(1+t)^{-1}+a(1+t)^{-2}+\ldots+a(1+t)^{-n+2}+a(1+t)^{-n+1}$$

الجمع تبديلي:

$$V\grave{a} = a(1+t)^{-n+1} + a(1+t)^{-n+2} + \cdots + a(1+t)^{-1} + a(1+t)^{-2}$$

وعليه فإن المجموع يشكل لنا متتالية هندسية حدها الأول $a(1+t)^{-n+1}$ وأساسها rهو (1+t) وعدد حدودها n.

$$V\grave{a} = a(1+t)^{-n+1}\left[\frac{(1+t)^n - 1}{t}\right]$$

ومنه:

$$V\grave{a} = a\left[\frac{(1+t)^{n-n+1} - (1+t)^{-n+1}}{t}\right]$$

$$V\grave{a} = a\left[(1+t)^1 - \frac{(1+t)^{-n+1}}{t}\right]$$

$$V\grave{a} = a(1+t)\left[\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}\right]$$

ويكتب أيضا:

$$V\grave{a} = a\left[\frac{(1+t) - (1+t)^{-n+1}}{t}\right]$$

$$V\grave{a} = a\left[\frac{t}{t} + \frac{1-(1+t)^{-n+1}}{t}\right]$$

$$V\grave{a} = a\left[1 + \frac{1-(1+t)^{-n+1}}{t}\right]$$

3. تسوية الديون بالدفعات

أ. تكافؤ الدفعات:

لكي تتكافؤ متتالية دفعات مع متتالية أخرى وبنفس المعدل يجب أن تتساوى قيمتها الحالية عند تاريخ المقارنة بينهما.

مثال: مؤسسة مدينة لبنك مطالبة بتسديد أربع دفعات سنوية قيمة الواحدة 45000دج، طلبت من البنك تغيير العقد بتسديد 6دفعات سنوية متساوية وبمعدل معمول به 8%، ماهي قيمة الدفعة الجديدة إذا وافق البنك على تعديل.

$$Va(\text{القديمة}) = Va(\text{الجديدة})$$

$$45000\frac{1-(1{,}08)^{-4}}{0{,}08} = a\frac{1-(1{,}08)^{-6}}{0{,}08}$$

$$a = 32240{,}82$$

ب. تاريخ الإستحقاق المتوسط المتتالية دفعات:

نسمي الإستحقاق المتوسط لمتتالية دفعات الزمن أو الفترة التي يكون فيه جملة الدفعات المسددة مع مجموع عددها.

$$Va = (1+t)^x = na$$

$$a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}(1+t)^x = na$$

$$(1+t)^x = \frac{nat}{a[1-(1+t)^{-n}]}$$

$$(1+t)^x = \frac{nt}{1-(1+t)^{-n}}$$

x: تاريخ الإستحقاق المتوسط

n: عدد الدفعات

مثال: أحسب الإستحقاق المتوسط لـ 10دفعات ثابتة لنهاية المدة بمعدل 4%.

$$n = 10$$

$$t = 4\%$$

$$(1{,}04)^x = \frac{10 \times 0{,}04}{1-(1{,}04)^{-10}}$$

$$\Longrightarrow 1{,}04 = 1{,}232909$$

طريقة التناسب:

$$(1{,}04)^6 = 1{,}265319$$

$$\underline{(1{,}04)^5 = 1{,}216653}$$

$$D = 0{,}048666$$

$$(1{,}04)^x = 1{,}232909$$

$$\underline{(1{,}04)^5 = 1{,}216653}$$

$$D = 0{,}016256$$

$$6-5 \rightarrow 0{,}048666$$

$$x-5 \rightarrow 0{,}016256$$

$$x-5 = \frac{0{,}016256}{0{,}048666}$$

$$x-5 = 0{,}33$$

$$x = 5+3+28$$

الفصل الرابع: إهتلاك القروض

- **إهتلاك القروض بدفعات ثابتة.**
- **إهتلاك القروض بإستهلاكات ثابتة.**
- **تسديد القروض دافعة واحدة.**
- **تسديد قروض السندات.**

تمهيد:

يلجأ الكثير من الأفراد والمؤسسات بمختلف أشكالها للبنوك لإقتراض ما يلزمهم من أموال لتسيير مؤسساتهم وللتغلب على الصعوبات المالية التي تصادفهم في الحياة العملية، ولهذا تحتل عملية الإقتراض أهمية كبرى من بين العمليات المالية التي تمارسها أغلب البنوك ضمن عملياتها المصرفية، ويقصد بإهتلاك القروض بالطريقة التي يتم على أساسها سداد هذه القروض سواءًا كان فردا أو مؤسسة وبأن يسدد المبلغ المقترض وفوائده بدفعة واحدة في نهاية المدة وخاصة إذا كان المبلغ كبير، لذلك يلجأ المقترضون والمقرضين لإنشاء عقد يتضمن الإتفاق بين الدائن والمدين على تسهيل عملية السداد بهذه الطريقة ومن بين الطرق الشائعة في عملية إستهلاك القروض نجد:

- أن يقوم المدين بسداد القرض وفوائد على دفعات أو أقساط متساوية وفي نهاية كل شهر أو سنة وتسمى هذه الطريقة بطريقة الأقساط أو الدفعات المتساوية.
- أن يقوم المدين بسداد القرض وفوائده بأقساط أو دفعات متساوية خلال مدة القرض وتسمى هذه الطريقة بطريقة الدفعات الجزئية (الكلاسيكية).
- أن يقوم المدين بسداد القرض وفوائده بصفة دورية في نهاية كل وحدة زمنية معينة على أن يسدد مبلغ القرض كاملا نهاية المدة وتسمى هذه الطريقة بطريقة الفوائد الدورية (الطريقة الأمريكية).

1. إهتلاك القرض بدفعات ثابتة:

يقوم المدين المقترض بسداد أصل القرض وفوائده بأقساط أو دفعات متساوية بحيث تكون جملة الأقساط أو الدفعات في نهاية المدة تساوي جملة القرض بـ V_0 وبدفعات متساوية a، حيث تحتوي الدفعة الواحدة الثابتة جزئيين إحداهما من رأس المال الأصلي ويسمى بالإستهلاك، والثاني فائدة القرض المتبقي. فإذا رمزنا للإستهلاك بـ A والفائدة بـ I فإن الدفعة a تساوي:

$$a = I + a$$

كما نرمز لمعدل الفائدة بـ t وعدد الدفعات بـ n، وللتوضيح أكثر لهذه الطريقة نستعين بالجدول التالي:

الفترات	الدفعة a	الدين المتبقي في نهاية السنة
0	--------	V_0
1	$a_1 = V_{0\cdot t} + A_1$	$V_1 = V_0 - A_1$
2	$a_2 = V_{1\cdot t} + A_2$	$V_2 = V_1 - A_2$
3	$a_3 = V_{2\cdot t} + A_3$	$V_3 = V_2 - A_3$
$P-1$	$a_{P-1} = V_{P-2\cdot t} + A_{P-1}$	$V_{P-1} = V_{P-2} - A_{P-1}$
P	$a_{P-1} = V_{P-1\cdot t} + A_P$	$V_P = V_{P-1} - A_P$
$P+1$	$a_{P+1} = V_{P\cdot t} + A_{P+1}$	$V_{P+1} = V_P - A_{P+1}$
$n-1$	$a_{P-1} = V_{n-2\cdot t} - A_{n-1}$	$V_{P-1} = V_{P-2} - A_{P-1}$
n	$a_n = V_{n-1\cdot t} + A_n$	$V_n = V_{n-1} - A_n = 0$

مجموع الدفعات = أصل القرض + الفوائد

ملاحظات:

1) الدفعات $a_1, a_2 \ldots a_n$ متساوية.

2) بما أن $Vn = 0$ يعني $An = {}_{n-1}$.

3) لدينا من الدفعة الأخيرة:

$$an = V_{n-1} \cdot t + An$$

$$an = An \cdot t + An$$

$$an = An(1 + t)$$

مثال: مؤسسة تحصلت على قرض يقدر بـ 200000 دج خلال 4سنوات بدفعة ثابتة سنوية بمعدل فائدة 12% إبتداء من نهاية سنة العقد. أحسب قيمة الدفعة الثابتة ثم إعداد جدول إستهلاك القرض.

الحل:

السنوات	الدين المتبقي في بداية اسنة	الفائدة	الدفعة	الإستهلاك	الدين المستهلك	الدين المتبقي في نهاية السنة
1	200000	24000	65846,88	41846,88	41846,88	158153,12
2	158153,12	18978,37	65846,88	46868,50	88715,38	111284,64
3	11284,61	13354,15	65846,88	52492,50	141208,10	58791,89
4	58791,89	7055,02	65846,88	58791,85	200000	0

$$200000 = Va = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$200000 = a\frac{1-(1+0,12)^{-4}}{t}$$

$$200000 = a \cdot 3,0373$$

$$a = 65846,88$$

- **علاقات دين عناصر الجدول أعلاه:**

هناك عدد من العلاقات يمكن إستخراجها من الجدول الأول والتي يمكن الإستفادة منها في الحساب للعناصر الأخرى.

العلاقة بين الدفعات والقرض:

نعلم أن القرض في بداية أول فترة دفع تساوي القيمة الحالية الدفعات أي Va وتحسب من العلاقة التالية:

$$Va = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

ولدينا مجموع الدفعات يساوي أصل القرض+ الفوائد أي:

$$\sum_{i=1}^{n} a = \sum_{i=1}^{n} I + Va$$

$$na = \frac{\sum_{i=1}^{n} I + \sum_{i=1}^{n} A}{n}$$

العلاقة بين الإستهلاك:

إذا أخذنا في أي سطر من الجدول الإستهلاك القرض نجد أن الفرق بين دفعتين هو:

$$a_{p+1} = Vp \cdot t + Ap + 1$$

$$a_p = Vp - 1 \cdot t + Ap$$

$$a_{p+1} - ap = (Vp \cdot t + Ap + 1) - (V_{P-1} \cdot t + Ap)$$

$$0 = Vp.t + Ap - V_{p-1} \cdot t - Ap \cdots (1)$$

ولدينا:

$$Vp = V_{p-1} - Ap$$

وبتعويض Vp في (1) نجد:

$$V_{p-1} - Ap \cdot t + V_{p+1} - V_{p-1} \cdot t - Ap = 0$$

$$-Ap \cdot t + A_{p+1} - Ap = 0$$

$$A_{p+1} = Ap + Ap \cdot t - Ap = 0$$

$$A_{p+1} = Ap + Ap \cdot t$$

$$A_{p+1} = Ap(1+t)$$

$$A_{p+1} = An(1+t)$$

$$An = An - 1(1+t)$$

وعليه فإن الإهتلاك في أي سطر يساوي الإهتلاك الذي يسبقه مضروب في $(1+t)$، والإهتلاكات في مجموعها تشكل متتالية هندسية، حدها الأول An وأساسها rيساوي $(1+t)$ وعدد حدودها n، أي أن:

$$Va = A1 + A2 + A3 \ldots\ldots + An$$

$$A2 = A1(1+t)$$

$$A3 = A2(1+t)$$

$$A3 = A1(1+t)^2$$

$$A4 = A1(1+t)^3$$

$$An = A1(1+t)^{n-1}$$

وبشكل عام:

$$A\alpha = A\beta(1+t)^{\alpha-\beta}$$

الفرق بين إهتلاكين متتاليين:

$$A_{X+1} = a - Ix + 1$$

$$A_X = a - Ix$$

$$A_{X+1} - Ax = (a - Ix + 1) - (a - Ix)$$

$$= a - I_{X+1} - a + Ix$$

الفرق بين فائدتين متتاليتين:

$$Ix = a - Ax$$

$$I_{X+1} = a - A_{X+1}$$

$$Ix - I_{X+1} = (a - Ax) - (a - A_{X+1})$$

$$Ix - I_{X+1} = a - Ax - a + A_{X+1} \dots .(1)$$

ولدينا:

$$A_{X+1} = Ax(1 + t)$$

وبتعويض قيمة A_{X+1} في(1) نجد:

$$Ix - I_{X+1} = Ax(1 + t) - Ax$$

$$= Ax + Ax\, t - Ax$$

$$Ix - I_{X+1} = Ax \cdot t$$

الفرق بين الفائدتين الأخيرتين وإستعمالها:

$$I_{n-1} - In = An - 1 \cdot t \dots ..(1)$$

ولدينا:

$$An = A_{n-1}(1 + t)$$

$$A_{n-1} = \frac{An}{(1 + t)}$$

وبتعويض قيمة A_{n-1} في 1 نجد:

$$I_{n-1} - In = \frac{An}{(1 + t)} \times t$$

ونعلم أن:

$$An = V_{n-1}$$

$$I_{n-1} - In = \frac{V_{n-1}}{(1 + t)} \times t$$

$$I_{n-1} - In = \frac{In}{(1 + t)}$$

ويمكن معدل الفائدة المطبق على القرض من خلال هذه العلاقة وذلك بمعلومية الفرق بين الفائدتين الأخيرتين والفائدة الأخيرة حيث أن:

$$(1+t)=\frac{In}{I_{n-1}-In}$$

العلاقة بين الإستهلاك القرض وأصل:

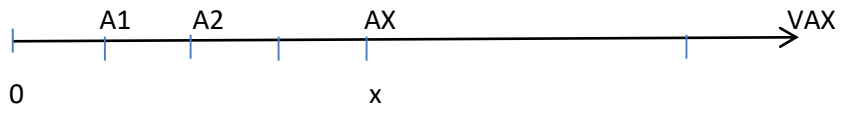
$$Va = A1 + A2 + A3 \ldots\ldots + An$$

$$Va = \frac{A1(1+t)^n - 1}{t}$$

الدين المدفوع والدين المتبقي:

يمكن إستخدام علاقة القيمة الأصلية في حساب الدين المدفوع والدين المتبقي

- **الدين المدفوع**: يكون الدين المدفوع من السنة الأولى للسنة X عبارة عن مجموع الإستهلاكات المدفوعة لغاية X أي Vax.



$$V_{a\,x} = A1\frac{(1+t)^x - 1}{t}$$

- **الدين المتبقي**: إنطلاقا من نفس العلاقة حتى للسنة Xفإن الدين المتبقي يساوي:

الدين المتبقي = مبلغ القرض − الدين المدفوع

$$V_{a\,x} = A + 1\frac{(1+t)^{n-x} - 1}{t}$$

أو

$$V_{a\,x} = a\frac{(1+t)^{-(n-x)}}{t}$$

الدفعة الثابتة من السطر الأخير:

$$An = V_{n-1} \cdot t + An$$

$$a = An \cdot t + An$$

$$a = An(1 + t)$$

$$\Longrightarrow (1 + t) = \frac{a}{An}$$

$$(1 + t) = \frac{a}{V_{n-1}}$$

2. إهتلاك القروض بإستهلاكات ثابتة:

يتم تسديد هذا الدين حسب هذه الطريقة دوريا بدفعات تشمل جزء ثابت من أصل القرض وفائدته على القرض المتبقي في كل فترة، وجزء ثابت ضمن الدفعة المتناقصة يحدد بقسمت أصل القرض على عدد دفعاته فإذا كان القرض عند فترة الصفر أو بداية السنة الأولى من الدفع هي Va وعدد الدفعات هو n فإن الإستهلاك الثابت:

$$A = \frac{Va}{n}$$

ج. جدول إستهلاك القرض:

في هذه الطريقة يأخذ جدول إستهلاك القرض نفس الشكل مقارنة بطريقة الدفعات الثابتة، مع أخذ الفروع بعين الإعتبار في خصائص محتوياته واختلافه عن الطريقة السابقة.

مثال: قرض يسدد بـ 5 إستهلاكات ثابتة قدره 10000دج بمعدل 18%.

إعداد جدول إستهلاك القرض:

الفترة	الدين المتبقي	الفائدة	الدفعة	الإهتلاك	الدين المستهلك	الدين المتبقي
1	10000	800	2800	2000	2000	8000
2	8000	640	2640	2000	4000	6000
3	6000	480	2480	2000	6000	4000
4	4000	320	2320	2000	8000	2000
5	2000	160	2160	2000	10000	0

$$A = \frac{Va}{n} = \frac{10000}{5}$$

$$A = 2000$$

- **علاقات بين عناصر الجدول:**

يمكن أن نستخرج عدد من العلاقات فيما بين عناصر أو مكونات جدول إهتلاك القرض بإستهلاكات ثابتة التي يمكن الإستفادة منها عمليا:

أصل القرض:

$$A = \frac{Va}{n} \Longrightarrow Va = A - n$$

أي أن أصل القرض يساوي الإهتلاك الثابت في عدد الدفعات.

علاقة الأقساط فيما بينها:

$$a1 = A + I1 \Longrightarrow a1 = \frac{Va}{n} + Va \cdot t$$

$$ax = A + Ix \Longrightarrow ax = \frac{Va}{n} + V_{X-1} \cdot t$$

$$a_{x+1} = A + I_{X+1} \Longrightarrow a_{x+1} = \frac{Va}{n} + V_n \cdot t \cdots (1)$$

ولدينا:

$$Vx = V_{X-1} - \frac{Va}{n}$$

وبتعويض قيمة Vx في (1) نجد:

$$a_{x+1} = \frac{Va}{n} + \left(V_{X-1} - \frac{Va}{n}\right) t$$

$$a_{x+1} = \frac{Va}{n} + V_{X-1} \cdot t - \frac{Va}{n} \cdot t$$

$$a_{x+1} = ax - \frac{Va}{n} t$$

نلاحظ أن الدفعة في أي تاريخ محدد يساوي الدفعة التي قبلها ناقص الإهتلاك.

الدفعات فيما بينها تكون متتالية حسابية حدها الأول a_1 وأساسها $\frac{Va}{n} \cdot t$. وعدده حدودها n، وحدها الأخير an وتستفيد من هذه العلاقة في حساب مجموع الأقساط بإستعمال علاقة متتالية حسابية:

$$\sum_{i=1}^{n} a = \frac{n}{2}(a1 + an)$$

علاقة الفوائد فيما بينها:

$$I1 = Va \cdot t$$

$$I2 = V1 \cdot t \Longrightarrow I2 = \left(Va - \frac{Va}{n}\right) t$$

$$\Longrightarrow I2 = V_a \cdot t - \frac{Va}{n} \cdot t$$

$$I3 = V2 \cdot t \Longrightarrow I3 = \left(Va - \frac{2Va}{n}\right) t$$

$$\Longrightarrow I3 = Va \cdot t - \frac{2Va}{n} \cdot t$$

$$I4 = V3 \cdot t \Longrightarrow I4 = Va \cdot t = \frac{3Va}{n} t$$

$$I5 = Va \cdot t - \frac{4Va}{n} \cdot t$$

نلاحظ أن مجموع الفوائد فيما بينها تمثل متتالية حسابية حدها الأول $I = Va \cdot t$ وحدها الأخير $Vn =$

$V_{n-1} \cdot t$.

$$= A \cdot t = \frac{Va}{n} t$$

وأساسها $r = \frac{Va}{n} t$، وعددها حدودها nويكون مجموعها:

$$\sum_{i=1}^{n} I = \frac{n}{2}\left(Va \cdot t + \frac{Va}{n} t\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} I = \frac{n}{2}\left(Va \cdot t + \frac{Va}{n} t\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} I = Va \frac{tn + Vat}{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} I = Vat\left(\frac{n+1}{2}\right)$$

$$\sum_{i=1}^{n} I = Vat \frac{n+1}{2} Vat$$

الفرق بين دفعتين:

$$ax + 1 = A + I_{X+1}$$

$$ax = A + I_X$$

$$a_{X+1} - ax = A + I_{X+1} - A - Ix$$

$$a_{X+1} - ax = I_{X+1} - Ix$$

الفرق بين دفعتين متتاليتين هو عبارة عن الفرق بين فائدتيهما وكذلك في حالة الدفعات غير متتالية.

الفرق بين فائدتين متتاليتين:

$$Ix = V_{X-1} \cdot t$$

$$I_{X+1} = Vx \cdot t$$

$$Ix - I_{X+1} = V_{X-1} - t - V_{X-1} \cdot t \cdots (1)$$

$$Vx = V_{X-1} - \frac{Va}{n}$$

بتعويض قيمة Vx في (1) نجد:

$$Ix - I_{X+1} = V_{X-1} \cdot t - V_{X-1} \cdot t + \frac{Va}{n} t$$

$$Ix - I_{X+1} = \frac{Va}{n} t = A \cdot t$$

وعليه فإن الفرق بين فائدتين متتاليتين أو دفعتين يساوي فائدة إهتلاك واحد.

3. تسديد القرض جملة واحدة:

على ضوء هذه الطريقة فإن المدين بالقرض يدفع سنويا فائدة بسيطة تحسب على قيمة المبلغ، أما في آخر أجل التسديد فيدفع القرض جملة واحدة زائد آخر الفوائد البسيطة للفترة، فإذا كان المبلغ المقترض 10000دج لمدة 5سنوات بمعدل 8% سنوي فإن جدول إستهلاك القرض سيكون كالآتي:

السنوات	القرض	الدفعة
1	10000	$10000 \times 0,08 = 800$
2	10000	800
3	10000	800

800	10000	4
$10000(1,08) = 10800$	10000	5

ملاحظات:

بما أن قيمة القرض تكون في العادة ذات أهمية (كبيرة) ويصعب تسديده مرة واحدة فإن البنك في مثل هذه الحالة يلزم المدين بتكوين رأس مال عنده أو في مؤسسة مالية أخرى بدفعات متساوية تكون جملة تساوي المبلغ المقترض، وفي المثال السابق يجب على المدين تكوين جملة تساوي 10000دج بدفعات متساوية.

$$A = a\frac{(1+t)^{+n}-1}{t}$$

$$a = \frac{A \times t}{(1+t)^{+n}-1}$$

$$\Longrightarrow a = \frac{10000 \times 0,08}{(1+0,08)^{+5}-1}$$

$$a = 1704,56$$

إذا على المدين أن بدفع سنويا 800دج وهي فائدة المبلغ المقترض سنويا، و1704,56دج سنويا لتكوين الجملة التي يدفعها لتسديد أصل القرض أي:

$$2504,56 = 1704,56 + 800$$

وهي نفس القيمة لو تحصل على القرض بطريقة عادية ليسددها في آخر السنة لمدة 5سنوات بدفعات ثابتة وبنفس المعدل.

4. تسديد قروض السندات:

أ. بدفعات ثابتة:

مؤسسة أصدرت سندات بقيمة 100000دج موزعة على 500 سند، وتسدد بقيمتها الإسمية بدفعات متساوية وبمعدل يقدر بـ 12%. المطلوب إعداد جدول إستهلاك القرض.

الحل:

نلاحظ أن القرض السندي يحتوي على عناصر قد تختلف عن القروض العادية، وهذه العناصر سوف نرمز لها برموز بإستعمالها في حل تطبيق:

Va: أصل القرض.

N: عدد السندات.

Sx: عدد السندات المسددة في السنة.

X: $Sx = \frac{Ax}{C}$

t: معدل الفائدة المطبق.

C: القيمة الإسمية للسند الواحد حيث:

$$C = \frac{Va}{N}$$

N: مدة القرض.

لإعداد جدول إستهلاك هذا القرض يجب تحديد بعض عناصر وهذه العملية تأخذ نفس المنطق في القروض ذات المصدر الوحيد مع إحترام هذا النوع من القروض مثل عدد السندات المتعلقة بكل دفعة ثابتة.

- **حساب قيمة الدفعة الثابتة:**

$$Va = a\frac{1-(1+t)^{-n}}{t}$$

$$a = \frac{1000000 \times 0,12}{1-(1,12)^{-5}}$$

$$a = 277409,7319$$

- **حساب القيمة الإسمية لكل سند:**

$$C = \frac{Va}{N}$$

$$C = \frac{1000000}{500}$$

$$C = 2000$$

- **الإستهلاك المتضمن الدفعة:**

$$a = Ax + Ix$$

$$Ax = a - Ix$$

- **عدد السندات المتضمنة في الإستهلاك حسب الدفعات:**

$$Sx = \frac{Ax}{C}$$

$$\Longrightarrow Ax = Sx \cdot C$$

$$A_\alpha = A_\beta (1+t)^{\alpha-\beta}$$

$$S_\alpha = S_\beta (1+t)^{\alpha-\beta}$$

وتكون الإستهلاكات وعدد السندات المسددة حسب الدفعات من الأولى إلى الخامسة كما يلي:

$$a = A1 + I1$$

$$A1 = a - I1$$

$$A1 = 277409{,}7319 - 1000000 \times 0{,}12$$

$$S1 = \frac{A1}{C} \Longrightarrow S1 = \frac{157409{,}73}{2000}$$

$$S1 = 78{,}705 \Longrightarrow 79$$

$$S_\alpha = S_\beta (1+t)^{\alpha-\beta}$$

$$S_2 = S_1 (1+t)^{2-1}$$

$$S_2 = 78{,}705(1+t)$$

$$S_2 = 88{,}149 \Longrightarrow 88$$

$$S_3 = S_2(1+t)^{3-2}$$

$$S_3 = 88{,}149(1+t)$$

$$S_3 = 98{,}727 \Longrightarrow 99$$

$$S_4 = S_3(1+t)$$

$$S_4 = 98{,}727(1+t)$$

$$S_4 = 110{,}574 \Longrightarrow 110$$

$$S_5 = S_4(1+t)$$

$$S_5 = 110{,}574(1+t)$$

$$S_5 = 123{,}843 \Longrightarrow 124$$

ومادام لا يمكن تسديد جزء من السند الواحد فإن الأرقام المتحصل عليه يجب أن تقرب، بحيث يكون مجموعها يساوي 500سند، وهكذا يكون جدول إستهلاك القرض كما يلي:

الفترات	باقي الدين بداية الستة	عدد السندات المسددة	المبالغ المستددة (الإستهلاك)	الفوائد المقدمة	الدفعات
1	1000000	79	158000	120000	278000
2	842000	88	176000	101040	277040
3	666000	99	198000	79920	277920
4	468000	110	220000	56160	276160
5	248000	124	248000	29760	277760
		500	1000000	386880	1386800

نلاحظ أن الدفعات في الجدول ليست متساوية تماما نظرا لما ذكرنا، سابقا وهو أن عدد السندات هو المتحكم في قيمة الدفعة بتأثيره على الإستهلاك في كل سنة، ولذلك فإن عناصر الجدول تحسب ابتداء من عدد السندات المسددة إلى الدفعات مرورا من قيمة الإستهلاك والفوائد.

ب. الإهتلاكات الثابتة:

مؤسسة أصدرت قرضا في شكل سندات عددها 4000سندد قيمة كل منها 1500دج بمعدل 8,5% سنويا بحيث تسدد بقيمة 1530دج لكل سند وباستهلاكات متساوية 5سنوات

الحل:

$$Sx = \frac{N}{n} = \frac{4000}{5} = 800$$

$$Sx = 800$$

- علاوة التسديد P وهي الفرق بين قيمة التسديد والقيمة الإسمية للسند.

$$P = 1530 - 1500 = 30DA$$

- والعلاوة المسددة في كل سنة هي: $p \times Sx$ وتتضمنها كل دفعة، أما العناصر الأخرى فتحسب بشكل عادي كما سبق في القروض ذات المصدر الوحيد مع ملاحظة أن نفس العلاقات الموجودة بين عناصر الجدول الإستهلاكي للقرض في حالة القروض ذات مصدر الوحيد، توجد أيضا في هذه الحالة مثل وجود متتالية حسابية متناقصة بين الدفعات وبين الفوائد، وعليه يكون جدول إستهلاك القرض كالتالي:

الفترات	باقي الدين بداية الستة	عدد السندات المتبقية	الدين المسدد (الاستهلاك)	الفوائد المقدمة	علاوة التسديد	الدفعات
1	6000000	800	120000	510000	24000	1734000
2	4800000	800	120000	408000	24000	1632000
3	3600000	800	120000	306000	24000	1530000
4	2400000	800	120000	204000	24000	1428000
5	1200000	800	120000	102000	24000	1326000
		4000	6000000	1530000		

من الجدول أعلاه نلاحظ أن الدفعات تحتفظ بتناسبها رغم وجود علاوة التسديد فيها، نظرا لتساوي هذه العلاوة وكذلك الإستهلاك السنوي والتأثير يكون للفائدة محسوبة على أساس رصيد القرض بداية كل سنة أو الدين المتبقي في نهاية السنة.

القسم الثالث: سلاسل تمارين في الرياضيات المالية

سلسة التمارين رقم 01 في الرياضيات المالية – الفائــدة البسيطة

التمرين الأول:

1. مبلغ مالي يقدر بـ 15000 دج يودع في بنك لمدة سنة و 05 شهور كاملة و20 يوما بمعدل فائدة بسيطة 14% سنويا، احسب الفائدة البسيطة المحققة في كل من سنة، والخمسة شهور و20 يوم كلا على حد، ثم ما يحققه هذا المبلغ بعد الفترة كلها؛
2. اقترض شخص مبلغ قدره 40000 دج من البنك بتاريخ 11 فيفري 2008 على أن يسدد فائدته البسيطة في آخر جوان من نفس السنة، فإذا علمت أن معدل الفائدة كان 05% سنويا، احسب مقدار الفائدة التي يتحصل عليها البنك.
3. اقترض شخص مبلغ قدره 30000 دج بتاريخ 05 فيفري 2009 على أن يسدد فائدته البسيطة في 17 جويلية 2009، فإذا علمت أن معدل الفائدة البسيطة هو 05% سنويا، احسب مقدار الفائدة المترتبة على هذا الشخص.
4. استثمرت مؤسسة مبلغ لدى البنك بمعدل فائدة 12% لمدة 08 اشهر، واستثمر شخص مبلغ لمدة 180 يوم بمعدل 10% لدى نفس البنك. ماهي الفائدة البسيطة المستحقة على كل مبلغ علما ان الفرق بين المبلغ الأول والثاني يساوي 10000 دج، وأن الفائدة البسيطة المستحقة على المبلغ الأول تساوي ضعف الفائدة المستحقة على المبلغ الثاني.
5. استثمر شخص مبلغ قدره 21000 دج على جزئين بحيث استثمر ثلث من ذلك المبلغ لمدة 90 يوم وبمعدل فائدة ضعف معدل الفائدة للمبلغ الباقي المستثمر لنفس المدة 90 يوم، فإذا علمت أن مجموع الفوائد المستحقة على المبلغ المستثمر تساوي 612.5 دج احسب معدل الفائدة الأول والثاني.

6. ماهو الفرق بين الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية لمبلغ 20000 دج إذا استثمر بفائدة بسيطة بمعدل 05% سنويا عن المدة ما بين 20 أفريل وحتى 16 أكتوبر من نفس السنة، واذكر العلاقة بين الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية؟

7. إذا كان الفرق بين الفائدة التجارية والفائدة الصحيحة لمبلغ ما هو 200 دج، فما هي كل من الفائدة الصحيحة والفائدة التجارية البسيطة؟

التمرين الثاني:

1. شخص أودع مبلغ 23000 دج لدى بنك لمدة 08 أشهر بنسبة فائدة بسيطة تقدر بـ 10% سنويا، فما قيمة ما تجمع لهذا الشخص بعد نهاية المدة؟ وإذا وضع نفس المبلغ في البنك لمدة 75 يوم بمعدل فائدة سنويا 12% احسب جملة هذا المبلغ.

2. أودعت مؤسسة مبلغ 57600 دج في بنك لمدة أيام معينة فبلغت الفائدة المحصلة في نهايتها 2688 دج، احسب المدة إذا كان المعدل المطبق يساوي 14%. وإذا أودعت الجملة المحصلة لنفس المبلغ السابق ونفس الظروف ولمدة 05 شهور فحققت فائدة تقدر بـ4019.2 دج، حدد معدل الفائدة المطبق فيه

التمرين الثالث:

استثمرت مؤسسة مبلغا لدى البنك (A) لمدة 180 يوم بمعدل فائدة سنوي 10% ثم استثمرت جملة هذا المبلغ لدى البنك (B) لمدة ثلاثة أشهر وبمعدل فائدة 13% فبلغت الفائدة المحصل عليها من البنك (B) فقط 1706.25 دج

1. احسب المبلغ الأول؛

2. اذا تم الاستثمار أولا في البنك (B) ثم الجملة في البنك (A) بنفس المعدل والمدة لكل بنك. فما هو مقدار الفائدة المحصل غليها في البنك (A)؟

3. اذا تم قلب المعدلين فقط، فما هو مقدار الفائدة المحصل عليها من البنك (B)؟

التمرين الرابع:

قرر مدير مؤسسة توزيع مكافئة مالية على ثلاث عمال (x)(y)(z) وفق تناسب مباشر مع سنوات الاقدمية والتي هي على التوالي: 8، 3، 4، فاذا علمت ان حصة الأول تفوق حصة الثاني بـ 3000 دج.

1. احسب حصة كل عامل من المكافئة؛

2. وظف العامل الأول (x) حصته بمعدل فائدة 06% لمدة 05 أشهر، والعامل (y) وظف حصته بمعدل 04 %لمدة 10 أشهر. احسب الفائدة التي يتحصل عليها كل عامل؛

3. إذا أراد العامل الثالث (z) توظيف حصته بمعدل 05% فما هي المدة اللازمة لكي يتحصل على نفس الفائدة التي تحصل عليها العاملين (x) و(y)؟

التمرين الخامس:

شخص لديه 100000 دج يريد أن يوظفها من 20 جوان 2009 الى أخر السنة ويتردد بين الطرق التالية:

1. توظيف كل المبلغ في بنك يمنحه فوائد بمعدل 06%؛

2. توظيف 40% من المبلغ في البنك (A) الذي يمنحه معدل فائدة 05% والباقي في البنك (B) الذي يمنحه معدل فائدة 6.5%؛

3. توظيف كل المبلغ في بنك واحد يمنحه فائدة بمعدل متزايد يقدر بـ 5.5% من 02 جوان الى 30 سبتمبر ثم 6.5% من 01 اكتوبر الى 30 ديسمبر مع العلم أن الفوائد تحسب يوم 30 ديسمبر 2009.

- ماهي الطريقة التي تنصحون بها هذا الشخص؟. في الطريقة الثانية ما هو المعدل المتوسط؟.
- في الطريقة الأولى إذا تحصل الشخص على فائدة مسبقا ماهو المعدل الحقيقي للتوظيف؟.

سلسلة التمارين رقم 02 في الرياضيات المالية – خصم الديون بفائدة البسيطة –

التمرين الأول:

1. ورقة تجارية قيمتها الاسمية تبلغ 20250 دج تاريخ استحقاقها في نهاية جوان تم خصمها بتاريخ 11 أفريل بمعدل خصم 05%.
   - احسب الخصم التجاري ثم الخصم الحقيقي؛
   - احسب القيمة الحالية بالخصم الحقيقي للورقة التجارية باستعمال طريقتين.
2. ورقة تجارية خصمت بمعدل فائدة 08% كانت قيمة الخصم 1010 دج وقيمة الخصم الحقيقي 977.4193 دج، احسب مدة الخصم والقيمة الاسمية لهذه الورقة ثم القيمة الحالية للخصمين.

التمرين الثاني:

1. إذا علمت أن الفرق ما بين الخصم التجاري والخصم العقلاني هو عبارة عن نصف دينار وأن الدين يستحق دفعة بعد 10 أشهر وان معدل الفائدة البسيطة المستعمل 6% سنويا، أوجد القيمة الاسمية للدين ؟
2. دين يستحق بعد 12 شهرا فإذا كان الفرق ما بين الخصم التجاري و الخصم الصحيح لهذا الدين هو 72 دج، فما هي القيمة الاسمية لهذا الدين، إذا علمت أن الفائدة البسيطة المستعملة 6% سنويا.

التمرين الثالث:

سند تجاري قيمته الاسمية 16000 دج بعد 60 يوم خصم في بنك يفرض الشروط التالية:

معدل خصم 04.5%، عمولة تظهير 0.9%، عمولة ثابتة تقدر بـ 15 دج.

1- احسب القيمة الصافية بعد عملية الخصم؛

2- احسب الاجيو لو كان السند يستحق بعد n يوم؛

3- ماهو استحقاق السند إذا علمت أن قيمة الاجيو تقدر بـ 135 دج؟

التمرين الرابع:

في 2009/01/02 قدم تاجر ثلاث أوراق للخصم

القيمة الاسمية الأولى: Vn= 6000 تستحق في 2009/02/01 م؛

القيمة الاسمية الثانية: Vn =7200تستحق في 2009/02/21 م؛

القيمة الاسمية الثالثة: Vn =12000تستحق في 2009/03/03م.

البنك بخصم الأوراق بمعدل % t ويفرض بإضافة إلى ذلك عمولة تظهير 3/7% على كل الأوراق عمولة تحويل لمكان لمعدل 1/4% على الورقة الثالثة فقط.

1- ما هو معدل الخصم المطبق من طرف البنك، إذا علمت أن التاجر قد تحصل على قيمة حالية تقدر بـ 24885 دج؛

2- ما هي القيمة المتحصل عليها من طرف التاجر إذا فرضت البنك الرسوم بمعدل 8 %.

التمرين الخامس:

قدمت ورقة تجارية للخصم في البنك (A) قيمتها الاسمية 4800 دج بمعدل خصم 6% وعمولة 1/4% وعمولة أخرى 0.80 دج لتعطي قيمة صافية 4770 دج

1- احسب مدة الخصم؛

2- افرض أن نفس الورقة قدمت للخصم في البنك الأخر (B) بالشروط التالية: عمولة تحصيل 1/3 ‰ عمولة تحويل المكان1/5‰ القيمة الصافية 4770.2 دج احسب معدل الخصم عند البنك (B).

التمرين السادس:

تقدم تاجر إلى البنك الخصم 03 أوراق تجارية بقيمة اسمية إجمالية 9000 دج اقتطع البنك زيادة على الخصم عمولة تحويل المكان 0.75% من القيمة الاسمية وعمولة ثانية أخرى ب 0.30 دج على الورقة ليأخذ التاجر في الأخير مبلغ صافي 8866.6. فإذا علمت أن القيم اسمية للأوراق التجارية تتناسب فيما بينها كالأرقام 2،4،3 مدة كل منها 45، 30، 60 يوم على التوالي فاحسب :

1- القيمة الاسمية لكل ورقة؛

2- الخصم الإجمالي؛

3- معدل الخصم.

التمرين السابع:

تقدم تاجر إلى البنك لخصم 03 أوراق تجارية مبلغها 2560 دج تتناسب فيما بينها كالأرقام2 5 9 بالشروط التالية:

- عمولة تحصيل1‰ على كل الأوراق؛
- عمولة تحويل المكان خاصة الورقة الأولى 0.5‰؛
- معدل الخصم؛
- المدة الباقية للاستحقاق 30،45، 60 يوم؛

المبلغ الصافي 2540.78 دج.

1- حساب مبلغ الخصم الإجمالي؛

2- حساب معدل الخصم.

التمرين الثامن:

كمبيالة قيمتها 8000 دج يستحق دفعها بعد 6 أشهر خصمت هذه الورقة في بنك بمعدل خصم 5 % وعمولة 0.1% و مصاريف تحصيل 0.25‰، اوجد المعدل الحقيقي السنوي لخصم هذه الكمبيالة(بطريقتين)

التمرين التاسع: أكمل جدول (كشف) الخصم التالي – الخصم 05 أفريل 2009

الرقم	القيمة الاسمية (vm)	تاريخ الاستحقاق	عدد الأيام (n)	النمر(vm.n)
1	.....	15 أفريل	.....	9000
2	.....	.....	.....	.....
3	.....	....	40	...
		.....		72000
المجموع	.....	....		....

الخصم 4 %..... 13.50

عمولة تحصيل 1 ‰ 4.05

عمولة (0.1 دج لكل ورقة) ....

القيمة الصافية (v_{net}) ———

الأجيو:	

التمرين العاشر:

لدينا بنكين يفرضان الشروط التالية للخصم:

البنك الأول: يفرض معدل خصم 04%، عمولة تظهير 0.74% وعمولة تحويل 0.5‰.

البنك الثاني:يفرض معدل خصم 4.5%، عمولة تظهير 0.6% وعمولة تحويل 0.25‰.

ورقة تجارية تخصم بعدn يوم.

1- عبر بدلالة n عن المعدل الحقيقي لكل بنك؛

2- بين عن طريق الأيام ماهو البنك الذي يحقق أفضل الشروط؟ إذا علمت أن الورقة تستحق بعد 60 يوم من تاريخ الخصم، وأن الفرق بين القيمة الحالية للبنكين تقدر بـ 45 دينارا حسب القيمة الاسمية للورقة التجارية.

سلسلة التمارين رقم 04 في الرياضيات المالية –الدفعـات المالية + استهلاك القروض –

التمرين الأول:

1. اشترت مؤسسة عقارا بمبلغ 350000دج، ويتم الدفع كالتالي:
   - 100000 دج عند تاريخ الشراء؛
   - البقية عن طريق 8 دفعات متساوية، لأولى سنة بعد تاريخ الشراء، وذلك بمعدل 5%.

المطلوب: حساب مبلغ الدفعة الثابتة.

2. يودع أحد لأشخاص سنويا في البنك مبلغ 20000دج، والمدة 20 سنة، وذلك بمعدل فائدة 5%.

أ- احسب جملة المبالغ المودعة عندا أخر دفعة.

ب- وبداية من الدفعة الحادية عشر، وبنفس المعدل، كانت الدفعات السنوية 30000دج، احسب الجملة الجديدة عندا أخر دفعة.

3. لتسديد دين 100000دج، يدفع مدين في نهاية كل سداسي ولمدة 8 سنوات مبلغا ثابتا بمعدل فائدة سداسي 3% ،أحسب قيمة هذا المبلغ.

التمرين الثاني:

مؤسسة تنتج آلات و تبيعها بطرق ثلاثة:

1. الدفع نقدا؛
2. بالتقسيط لمدة 7 سنوات بمعدل فائدة مركبة =10 %سنويا؛
3. بدفع نصف القيمة حاليا والباقي بعد نهاية 4 سنوات بفائدة مركبة 10%سنويا.

مع العلم أن هذه المؤسسة تستثمر أموالها في بنك بعد تسلمها في كل الحالات بمعدل 11%سنويا، وسعر البيع الحالي للجهاز يقدر ب 100000دج، حدد أي الحالات تكون أكثر استفادة للمؤسسة؟

التمرين الثالث:

1. شخص يقوم باستثمار 6000دج نصف سنويا في مؤسسة مالية لمدة 5 سنوات بمعدل فائدة نصف سنوي 7%

أ- احسب الجملة التي يتحصل عليها هذا الشخص بعد نهاية هذه الفترة؛

ب- احسب الفائدة الذي يتحصل عليها هذا الشخص بعد 3 سنوات من استثمار هذه الجملة وبمعدل فائدة سنوي12%.

2. بافتراض أن الشخص فد توقف عن الدفع في السنتين الرابعة والخامسة ثم واصل الدفع في السنوات الثلاثة بعدها وبدفعة نصف سنوية بقيمة 8000 دج.

أ- احسب الجملة المحصل عليها في نهاية السنة الثامنة؛

ب- احسب كل من المعدل السنوي والمعدل الثلاثي المتكافئين ثم المعدل السداسي المكافئ؛

3. حسب شروط (أ) يسحب هذا الشخص مبلغ 2000دج في نهاية كل سنة لمدة أربعة سنوات الأولى، حدد قيمة التي تتجمع لهذا الشخص في البنك مع الأخذ بعين الاعتبار المسحوبات وبنفس المعدل 7 % نصف سنويا.

التمرين الرابع:

اقترضت مؤسسة قرضا يسدد على 12 دفعة بمعدل فائدة 6% سنويا وكان المبلغ المتبقي بعد تسديد القسط الخامس يقدر بـ: 200000دج، احسب:

1. مبلغ الدفعة الثابتة؛
2. السطر السادس من جدول الاستهلاك هذا القرض؛
3. احسب الفرق بين الفائدة الثامنة والسادسة؛

4. احسب الاستهلاك الأول؛
5. اعد جدول استهلاك هذا القرض حسب هذه الشروط حتى السطر الخامس؛
6. عند تسديد القسط السادس تم الاتفاق بين المؤسسة والبنك على تسديد باقي القرض بمعدل فائدة 8% وعلى دفعات سنوية جديدة بحيث يبلغ الاستهلاك الأول A1= 12161.04602 أما الاستهلاك الأخير An= 24309.9918 احسب عدد الدفعات الجديدة حسب الشروط الجديدة وقيمة الدفعة الثابتة.

التمرين الخامس:

قرض يسدد باستهلاكات ثابتة متساوية لمدة 05 سنوات بمعدل فائدة 12%سنويا، دفعته الأخيرة تساوي 26880 أما الدفعة الأولى فتقدر بـ 38400دج احسب:

1. مجموع دفعات القرض؛
2. أصل القرض؛
3. مجموع الفوائد المتحملة في القرض؛
4. إذا تغيرات طريقة التسديد بعد الدفعة الثالثة لتصبح دفعات ثابتة لمدة أربعة سنوات أخرى بمعدل 10%، احسب قيمة الدفعة الجديدة.

التمرين السادس:

قرض يسدد بـ 15دفعة ثابتة، ومن جدول استهلاكه ظهر مايلي:

- فائدة السطر الثاني: 350711.36دج؛
- فائدة السطر السابع: 378580.23دج؛
- فائدة السطر السادس: 403924.66دج.

المطلوب حساب:

1. معدل الفائدة واستهلاك الأول؛
2. أصل القرض؛
3. الرصيد المتبقي بعد الدفعة الثامنة؛
4. إعداد السطر الأول والثاني لجدول الاستهلاك.

قائمة المراجع

قائمة المراجع

1. محمد ساحل، الرياضيات المالية دروس وتمارين محلولة، دار الخلدونية، الجزائر، 2017.
2. قنان براهيم، الرياضيات المالية دروس وتمارين محلولة، دار متيجة للطباعة، الجزائر، 2016.
3. ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، ج1، دار المحمدية، الجزائر، 1995.
4. ناصر دادي عدون، الرياضيات المالية، ج2، دار المحمدية، الجزائر، 1995.
5. خميس شيحة، التسيير المالية للمؤسسة دروس ومسائل محلولة، دار هومة، الجزائر، 2013.
6. ملفح محمد عاقل، مقدمة في الإدارة المالية والتحليل المالي، دار المجمع العربي، الأردن، 2010.